Moisés Díaz

# CONTRASTES DE HIPÓTESIS PARAMÉTRICOS

## Problemas RESUELTOS y COMENTADOS para estudiantes de ADE y ECONOMÍA

DIAZ DE SANTOS

Madrid • Buenos Aires • México • Bogotá

Ediciones Díaz de Santos
Internet: http//www.editdiazdesantos.com
E-mail: ediciones@editdiazdesantos.com

ISBN: 978-84-9052-462-6
Depósito Legal: M-18089-2022

Fotocomposición y diseño de cubiertas: P55 Servicios Culturales

Printed in Spain-Impreso en España

# Índice general

# Prólogo

El presente libro está adaptado a las enseñanzas del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) para una asignatura de Estadística II de 60 créditos ECTS. A grandes rasgos, la asignatura de Estadística II recoge contenidos como la estimación puntual o por intervalos, los contrastes de hipótesis y los análisis de regresión. Dichos contenidos, de acuerdo con el panorama de la enseñanza universitaria en España para los grados de ADE y Economía, pueden encontrarse en otras asignaturas como Métodos Cuantitativos o Estadística III, entre otras.

En particular, este libro recoge una amplia colección de situaciones prácticas en las que aparecen comparaciones de dos o más grupos. Siguiendo el orden del Plan de Estudios, se ha intentado que estas estén ambientadas en asignaturas previas a Estadística II. Además, se ha tratado que las situaciones se enmarquen en un contexto práctico y real, de interés para cualquier estudiante de ADE u otra rama económica.

La obra se desarrolla con una metodología común en todos los capítulos con el fin de facilitar la resolución de las situaciones y mejorar así el proceso de aprendizaje y de enseñanza de los contrastes de hipótesis paramétricos entre grupos. El objetivo es, primeramente, que el estudiante realice un esfuerzo inicial para entender el contexto de las situaciones y el asunto de lo que se desea comparar. Una vez se supere esta primera dificultad, la metodología propuesta consiste en guiar al estudiante hacia la resolución de las cuestiones que plantean las situaciones prácticas: el primer paso consiste en la definición de las hipótesis; y posteriormente, se deberá concluir con la aceptación o el rechazo de la hipótesis alternativa. Finalmente, el estudiante responderá a varias preguntas tipo test, culminando así la resolución de las situaciones.

En el primer capítulo encontramos situaciones en las que comparamos dos muestras distintas. Se trabaja con tres tipos de comparaciones: la media, la proporción o la varianza de dos grupos. Las situaciones prácticas de este capítulo pretenden que el alumno use todas las ecuaciones de este tipo de comparaciones, las cuales se encontrarán disponibles en el formulario. Asimismo, en este capítulo se discutirán cuestiones como el cálculo de los intervalos de confianza, el valor crítico o el tamaño del efecto, entre otros.

El segundo capítulo se centra en situaciones donde se propondrá resolver dos comparaciones longitudinales, obtenidas de un grupo que ha realizado dos experimentos en dos periodos distintos. Estas situaciones darán lugar a nuevos planteamientos que compararán la media o la proporción de dicho grupo. Este capítulo sigue una metodología similar al capítulo anterior con el fin de facilitar la mecánica de resolución de las situaciones. Debido a ello, en este capítulo se deberá llegar a una serie de conclusiones, nuevamente, mediante la comparación del estadístico de contraste *vs.* el valor crítico, del nivel de significación *vs.* el nivel crítico o mediante intervalos de confianza.

El tercer capítulo está dedicado a los ANOVA de grupos independientes donde se discute un único factor. Se ven, por ejemplo, comparaciones o contraste de hipótesis de más de dos grupos con muestras independientes. Como ya hemos reiterado y de modo similar a los anteriores capítulos, la resolución de las situaciones seguirá una metodología común en este capítulo, intentando mejorar la didáctica de este tipo de ANOVA. Se pretende finalmente que, a través de las situaciones expuestas en este apartado, el estudiante sea capaz de construir una tabla ANOVA e interpretarla.

El cuarto capítulo enfoca su atención en estudios longitudinales de ANOVA con un solo factor, esto es, que las situaciones tienen en cuenta casos de más de dos grupos emparejados o relacionados. Mediante las fórmulas y tablas del formulario, se espera que el estudiante aprenda a objetivar la evidencia de aceptación o rechazo de la hipótesis nula en este tipo de contraste de hipótesis.

En el quinto y último capítulo se considera un caso más complejo de ANOVA, donde grupos independientes y dos factores son analizados al mismo tiempo. En este caso tendremos que contrastar las hipótesis de cada factor y de la interacción de ambos factores. Así pues, la interacción marcará el estudio posterior de los efectos simples de cada factor.

Una parte importante implicada en el desarrollo de esta colección de situaciones prácticas han sido los estudiantes de segundo curso de ADE de la Universidad del Atlántico Medio. Sus trabajos de Estadística II en el curso 2020-2021 han aportado nuevas y actuales ideas para las situaciones descritas a lo largo de nuestra obra. Asimismo, los comentarios y discusiones de D. Jaime León González-Vélez, titular de universidad del departamento de Educación de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, y las correcciones de Dña. Anabel García Vera y D. Daniel Galindo, graduados en Filología, han sido de gran ayuda para el desarrollo final del libro. Agradezco a todos ellos su colaboración.

Me gustaría, para finalizar, dirigirme humildemente al lector para agradecerle su interés y pedir disculpas por los posibles errores no intencionados que pudiera encontrar.

Las Palmas de Gran Canaria, 2022

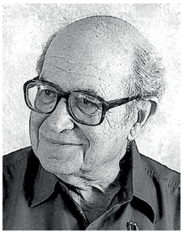
Moisés Díaz

# 1

# Contrastes de hipótesis para dos grupos independientes

*Como he señalado, disponemos de un conjunto de técnicas estadísticas que, utilizadas de forma inteligente, pueden facilitar nuestros esfuerzos.*

Jacob Cohen,
Estados Unidos (†75 años).



**CONTENIDO**

Situaciones 1-8 comentadas y resueltas

**SITUACIÓN 1.**

**Un estudiante de tercer curso de ADE realiza un estudio para conocer los efectos de la publicidad sobre la captación del mensaje.**

**Para ello, dispone de veintidós participantes que divide en dos grupos de once sujetos cada uno de manera aleatoria. Al grupo A lo somete a una prueba de captación observando imágenes de un anuncio sin sonido y, al grupo B, a la misma prueba escuchando el anuncio sin ver ninguna imagen. Con el fin de probar la eficiencia de la primera prueba, los sujetos responden un test de recuerdo después de realizar el experimento, el cual estima la eficiencia de la publicidad según el recuerdo generado.**

**La puntuación media del grupo A es de 50 puntos con una cuasi varianza igual a 100, mientras que el grupo B obtuvo una puntuación media de 43 puntos y una cuasi varianza de 82. Asumiendo varianzas poblacionales desconocidas pero iguales en ambos grupos y un nivel de confianza del 99 %, responda las siguientes cuestiones:**

(a) **Indica la hipótesis alternativa correcta: A) $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0$; B) $H_0 : \mu_1 < \mu_2$; C) $H_1 : \mu_1 > \mu_2$.**

(b) **¿Qué distribución siguen los datos proporcionados? A) normal; B) binomial; C) t de Student.**

(c) **¿Cuál es el valor del estadístico de contraste aproximadamente? A) 1.72; B) 3; C) 0.5.**

(d) **¿Cuáles son los grados de libertad? A) 24; B) 20; C) 22.**

**(e) El valor crítico para un nivel de confianza del 99 % es igual a: A) 0.5; B) 1.72; C) 2.528.**

**(f) El nivel crítico p es, aproximadamente: A) 0.005; B) 0.01; C) 0.05.**

**(g) Aceptamos la hipótesis nula porque: A) el nivel de significación es mayor que el nivel crítico; B) el estadístico de contraste es mayor que el valor crítico; C) el valor crítico es mayor que el estadístico de contraste.**

**(h) ¿Cuál es el tamaño del efecto? A) 1.22; B) 0.05; C) 0.734.**

**SOLUCIÓN 1.**

Para realizar el ejercicio seguiremos los siguientes pasos:

**Paso 1: Hipótesis.**

Debido a que el estudiante está interesado en probar la eficacia de la primera prueba, la hipótesis alternativa será que la primera prueba es más eficaz en promedio que la segunda:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$$

**Paso 2: Distribución que siguen las muestras.**

Debido a que la varianza es desconocida pero igual en ambos grupos, la distribución que siguen las muestras es la t de Student.

**Paso 3: Estadístico de contraste.**

Aplicamos la siguiente ecuación del estadístico de contraste para este caso como sigue:

$$T = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\hat{S}_1^2 + (n_2-1)\hat{S}_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{50-43}{\sqrt{\frac{(11-1)100+(11-1)82}{11+11-2}\left(\frac{1}{11}+\frac{1}{11}\right)}} = 1.72$$

**Paso 4: Valor crítico.**

En la tabla de distribución t de Student con $n_1 + n_2 - 2 = 20$ grados de libertad buscamos el valor crítico para un nivel de confianza del 99 % sabiendo que estamos ante un contraste unilateral derecho, $P(T < t) = 0.99 \to t = 2.528$.

**Paso 5: Nivel crítico.**

El nivel crítico es la probabilidad al estadístico de contraste $(1.72)$, es decir: $P(T \geq 1.72)$. Entrando en la tabla t de Student con $20$ grados de libertad, encontramos que el nivel crítico es $P(T \geq 1.72) = 1 - P(T < 1.72) = 0.05$.

**Paso 6: Conclusión.**

Se acepta la $H_0$ debido a que el nivel crítico $0.05$ es mayor que el nivel de significación $0.01$, es decir, $p -$ valor $> 0.01$. Por otro lado, se observa también que el estadístico de contraste, $(1.72)$, es menor que el valor crítico, $2.528$. Por lo que, para este contraste unilateral por la derecha, se rechaza la hipótesis alternativa. En el contexto del problema podemos decir que los datos sugieren que no es significativamente mayor el impacto del primer experimento en comparación con el segundo.

A continuación contestamos las preguntas del test:

(a) Indica la hipótesis alternativa correcta: A) $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0$; B) $H_0 : \mu_1 < \mu_2$; **C)** $\boldsymbol{H_1 : \mu_1 > \mu_2}$

(b) ¿Qué distribución siguen los datos proporcionados? A) normal; B) binomial; **C) t de Student.**

(c) ¿Cuál es el valor del estadístico de contraste aproximadamente? **A) 1.72**; B) 3; C) 0.5.

(d) ¿Cuáles son los grados de libertad? A) 24; **B) 20**; C) 22.

(e) El valor crítico para un nivel de confianza del 99 % es igual a: A) 0.5; B) 1.72; **C) 2.528.**

(f) El nivel crítico p es, aproximadamente: A) 0.005; B) 0.01; **C) 0.05.**

(g) Aceptamos la hipótesis nula porque: A) el nivel de significación es mayor que el nivel crítico; B) el estadístico de contraste es mayor que el valor crítico; **C) el valor crítico es mayor que el estadístico de contraste.**

(h) ¿Cuál es el tamaño del efecto? A) 1.22; B) 0.05; **C) 0.734.**

*Para responder a esta pregunta hemos de realizar la prueba de la* $d$ *de Cohen, la cual nos informa de la importancia o relevancia práctica de las diferencias de las medias obtenidas por los sujetos.*

$$d = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{\dfrac{(n_1 - 1)\hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}} =$$

$$\frac{|50 - 43|}{\sqrt{\dfrac{(11 - 1)100 + (11 - 1)82}{11 + 11 - 2}}} = 0.734.$$

*El valor obtenido nos sugiere que el efecto del experimento del grupo 1 y 2 es mediano-alto.*

**SITUACIÓN 2.**
**La dirección de recursos humanos desea conocer si existe diferencias entre las posibles maneras de incentivar al personal durante las vacaciones. Para ello ofrece incentivos y, posteriormente, compara la satisfacción del personal. Por un lado, a los quince empleados de una de sus franquicias les ofrece días extra de vacaciones en los meses de verano. Por otro lado, al mismo número de empleados de otra franquicia le ofrece disfrutar de una villa en el sur de Gran Canaria durante un fin de semana. En el grupo uno hay diez personas satisfechas con el incentivo, mientras que en el grupo dos, las personas satisfechas fueron siete. Con un nivel de confianza del 95 % responda las siguientes preguntas:**

**(a) La hipótesis nula es: A) $H_0 : \pi_1 - \pi_2 \leq 0$; B) $H_0 : \pi_1 - \pi_2 = 0$; C) $H_0 : \pi_1 - \pi_2 > 0$**

**(b) La distribución que siguen las muestras para el contraste sobre dos proporciones es: A) normal; B) t de Student; C) binomial.**

**(c) El valor absoluto del estadístico contraste es: A) 4; B) 2.88; C) 1.12.**

**(d) El valor crítico superior es: A) 1.96; B) 2; C) 2.96.**

**(e) El p-valor es igual a: A) 0.1314; B) 0.2628; C) 0.8686.**

**(f) Se rechaza hipótesis alternativa porque: A) el nivel crítico es mayor que el nivel de significación; B) el nivel crítico es menor que el nivel de significación; C) el estadístico de contraste se encuentra fuera de la zona de rechazo de la hipótesis nula.**

**SOLUCIÓN 2.**

A continuación, seguiremos los pasos seguidos en los supuestos anteriores para resolver esta situación:

**Paso 1: Hipótesis.**

A la primera franquicia le añadiremos la etiqueta “G1” y a la segunda “G2”. La dirección de recursos humanos ha planteado dos métodos de incentivos para conocer si hay diferencias y, para ello, mide la proporción de sujetos satisfechos. Debido a ello, realizaremos un contraste de hipótesis bidireccional sobre dos proporciones:

$$H_0 : \pi_{G1} = \pi_{G2} \rightarrow \pi_{G1} - \pi_{G2} = 0$$

$$H_1 : \pi_{G1} \neq \pi_{G2} \rightarrow \pi_{G1} - \pi_{G2} \neq 0$$

**Paso 2: Distribución que siguen las muestras.**

En esta situación estamos estudiando un contraste de hipótesis entre la proporción de dos grupos. Por lo tanto, asumimos que las muestras siguen una distribución normal.

**Paso 3: Estadístico de contraste.**

Sabemos que cada uno de los grupos tiene quince sujetos, es decir, $n_1 = n_2 = 15$. Por otro lado, la proporción de sujetos satisfechos en el primer grupo es, $p_1 = \dfrac{10}{15} = 0.67$, mientras que en el segundo es $p_2 = \dfrac{7}{15} = 0.47$.

Con estos datos aplicaremos la siguiente fórmula:

$$P = \frac{n_1p_1 + n_2p_2}{n_1 + n_2} = \frac{15 \cdot 0.67 + 15 \cdot 0.47}{15 + 15} = 0.57$$

Por lo tanto:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{P(1-P)\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.67 - 0.47}{\sqrt{0.57(1-0.57)\left(\dfrac{1}{15} + \dfrac{1}{15}\right)}} = 1.12$$

**Paso 4: Valor crítico.**

En la tabla de la distribución normal buscamos los valores críticos para un contraste bilateral con un nivel de confianza del 95 %. Estos son:

- $P(Z \leq z_1) = \dfrac{\alpha}{2} = 0.025 \rightarrow z_1 = -1.96.$
- $P(Z \leq z_2) = 1 - \dfrac{\alpha}{2} = 0.975 \rightarrow z_2 = 1.96$

**Paso 5: Nivel crítico.**

Sabiendo que el estadístico de contraste es $z = 1.12$, calcularemos lo siguiente: $P(Z \geq 1.12) = 1 - P(Z \leq 1.12) = 1 - 0.8686 = 0.1314$. Como el contraste es bilateral, el valor calculado se multiplicará por dos. Por lo que el nivel crítico será: $p - \text{valor} = 2 \cdot 0.1314 = 0.2628$.

**Paso 6: Conclusión.**

La conclusión de nuestro supuesto es que el nivel crítico, $(0.2628)$, es superior al nivel de significación, $(0.05)$, por lo tanto, rechazamos la $H_1$. En otras palabras, no podemos afirmar que los métodos para incentivar a los empleados son estadísticamente distintos.

Comparando el estadístico de contraste, $(1.12)$, con el valor crítico, $(1.96)$, podemos llegar a la misma conclusión de rechazo de la hipótesis alternativa. La razón es que el estadístico de contraste ha caído en la zona de aceptación de la hipótesis nula: $1.12 < 1.96$.

En consecuencia, las respuestas al tipo test son:

(a) La hipótesis nula es: A) $H_0 : \pi_1 - \pi_2 \leq 0$; **B)** $\boldsymbol{H_0 : \pi_1 - \pi_2 = 0}$**;** C) $H_0 : \pi_1 - \pi_2 > 0$

(b) La distribución que siguen las muestras para el contraste sobre dos proporciones es: **A) normal**; B) t de Student; C) binomial.

(c) El valor absoluto del estadístico contraste es: A) 4; B) 2.88; **C) 1.12.**

(d) El valor crítico superior es: **A) 1.96**; B) 2; C) 2.96.

(e) El p-valor es igual a: A) 0.1314; **B) 0.2628**; C) 0.8686.

(f) Se rechaza hipótesis alternativa porque: **A) el nivel crítico es mayor que el nivel de significación;** B) el nivel crítico es menor que el nivel de significación; C) el estadístico de contraste se encuentra fuera de la zona de rechazo de la hipótesis nula.

**SITUACIÓN 3.**

**El instituto de empleo de Canarias realiza un estudio a través de una encuesta on-line. Los investigadores están interesados en estudiar la variable "obtener trabajo". Se sospecha que los alumnos egresados de la Universidad A presentan una mayor variabilidad en el tiempo transcurrido entre la obtención del título y el primer trabajo en comparación con los alumnos titulados por la Universidad B. Para corroborar esta hipótesis, se seleccionan dos muestras aleatorias de igual tamaño ($n_1 = n_2 = 25$). Los resultados para los estudiantes de la Universidad A fueron de $\bar{Y}_{univ.A} = 23$, $\hat{S}^2_{\text{univ. A}} = 81$ y para los de la Universidad B: $\bar{Y}_{\text{univ. B}} = 19$, $\hat{S}^2_{\text{univ. B}} = 49$. Asumiendo un nivel de confianza del 95 %, conteste a las siguientes preguntas:**

**(a) ¿Cuál es la hipótesis nula?: A) $H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$; B) $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$; C) $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$.**

**(b) ¿Qué distribución siguen los datos?: A) F de Snedecor-Fisher; B) t de Student; C) normal.**

**(c) El valor del estadístico de contraste para comprobar si los sujetos del grupo uno presentan más variabilidad que los sujetos del grupo dos es igual a: A) 3; B) 1.65; C) 2.**

**(d) ¿Cuál es el valor crítico?: A) 2.124; B) 1.841; C) 1.576.**

**(e) El nivel crítico es: A) $P = 0.05$; B) $P = 0.09$; C) $P = 0.10$.**

**(f) ¿Con un nivel de confianza del 95 % se mantiene la $H_0$? A) sí, ya que el estadístico de contraste es menor que el valor crítico; B) no, ya que el nivel crítico es superior al nivel de significación; C) sí, ya que el nivel crítico es inferior al nivel de significación.**

**SOLUCIÓN 3.**

Para resolver la situación plantearemos los siguientes pasos:

**Paso 1: Hipótesis.**

La hipótesis que se quiere refutar, $H_1$, es si la variabilidad del tiempo en encontrar el primer trabajo tras la obtención del título es mayor para los estudiantes de la Universidad A. Si llamamos grupo uno a los titulados por la Universidad A y grupo dos a los de la Universidad B, la formulación de las hipótesis quedaría como:

$$H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 1$$

$$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$$

**Paso 2: Distribución que siguen las muestras.**

Debido a que se trata de un contraste de hipótesis sobre las varianzas de dos grupos independientes, diremos que las muestras siguen una distribución F de Snedecor-Fisher.

**Paso 3: Estadístico de contraste.**

El enunciado nos indica que $\hat{S}_1^2 = 81$ y que $\hat{S}_2^2 = 49$. Con la fórmula correspondiente, el estadístico de contraste queda calculado como:

$$F = \frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2} = \frac{81}{49} = 1.65$$

**Paso 4: Valor crítico.**

De acuerdo a la hipótesis alternativa descrita en el primer paso, podemos afirmar que estamos ante un contraste unilateral por la derecha con un $\alpha = 0.05$. Debido a ello, entraremos en la tabla de la distribución F correspondiente con un nivel de confianza del 95 %, es decir, $P(F_{n_1,n_2} \leq f_{n_1,n_2}) = 0.95$. Sabiendo que los grados de libertad son g.l. $= (n_1 - 1, n_2 - 1) = (24, 24)$ la f-crítica será $2.124$. Nótese que el valor crítico corresponde a los grados de libertad de veinte. Esto se debe a que veinte es el valor más cercano a veinticuatro, según la tabla consultada.

**Paso 5: Nivel crítico.**

Teniendo en cuenta el estadístico de contraste, $1.65$, calcularemos el p - crítico como: $P(F_{24,24} \geq 1.65) = 1 - P(F_{24,24} < 1.65)$.

Para calcular el valor crítico debemos consultar las tablas de la F de Snedecor que disponemos, esto es, la del 90 %, 95 %, 97.5 %, 99 % y 99.5 % y, para los grados de libertad más cercanos a $24$ y $24$, buscaremos el primer valor que satisfaga la expresión $P(F_{24,24} < 1.65)$. Se comprueba que esto se cumple en la distribución F de Snedecor cuando: $P(F_{n_1,n_2} \leq f_{n_1,n_2}) = 0.90$.

En consecuencia, el nivel crítico queda calculado como: $P(F_{24,24} \geq 1.65) = 1 - P(F_{24,24} < 1.65) = 1 - 0.90 = 0.10$.

**Paso 6: Conclusión.**

Se concluye este supuesto diciendo que no tenemos evidencias suficientes para rechazar la $H_0$, pues el estadístico es menor que el valor crítico.

Observando el nivel crítico podemos llegar a la misma conclusión, pues este es mayor que el nivel de significación.

Por tanto, con un nivel de confianza de $0.95$ no podemos afirmar que la variabilidad de la Universidad A es significativamente mayor respecto a la variabilidad de la Universidad B al observar el tiempo en el que los egresados de la primera universidad encuentran su primer trabajo.

A continuación podemos responder las preguntas planteadas en el test:

(a) ¿Cuál es la hipótesis nula?: **A)** $\boldsymbol{H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2;}$ B) $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$; C) $H_0 : \dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$.

(b) ¿Qué distribución siguen los datos?: **A) F de Snedecor-Fisher;** B) t de Student; C) normal.

(c) El valor del estadístico de contraste para comprobar si los sujetos del grupo uno presentan más variabilidad que los sujetos del grupo dos es igual a: A) 3; **B) 1.65**; C) 2.

(d) ¿Cuál es el valor crítico?: **A) 2.124;** B) 1.841; C) 1.576.

(e) El nivel crítico es: A) $P = 0.05$; B) $P = 0.09$; **C) $\boldsymbol{P = 0.10}$.**

(f) ¿Con un nivel de confianza del 95 % se mantiene la $H_0$? **A) sí, ya que el estadístico de contraste es menor que el valor crítico;** B) no, ya que el nivel crítico es superior al nivel de significación; C) sí, ya que el nivel crítico es inferior al nivel de significación.

**SITUACIÓN 4.**
**Un CEO y propietario de una empresa dedicada a la hostelería de lujo, realiza un estudio donde evalúa si ser simpático y amable con los clientes tiene un impacto positivo en la experiencia de los clientes. Disponemos de 76 clientes con los que aleatoriamente formamos dos grupos de 38 sujetos cada uno. Los sujetos del primer grupo, grupo A, recibieron un trato amable y simpático por parte de los camareros. Al segundo grupo, grupo B, se le trató con indiferencia, evitando ser amable y simpático. Una vez finalizada la experiencia en el restaurante, los clientes valoraron el servicio. La nota media obtenida por el grupo A fue de 86 puntos con una cuasivarianza igual a 150. El grupo B, en cambio, otorgó al servicio una puntuación media de 80 puntos y una cuasivarianza igual a 129. Sabiendo que las varianzas poblacionales son iguales y con un nivel de confianza del 95 %, se plantean las siguientes preguntas:**

**(a) El valor absoluto del estadístico de contraste es: A) 2.214; B) 1.671; C) ninguna de las anteriores.**

**(b) ¿Es significativamente superior la media del grupo tratado con amabilidad y simpatía? A) sí, porque ochenta y seis puntos es superior a ochenta puntos; B) no, la diferencia de seis puntos no indica superioridad significativa; C) sí, porque el nivel crítico es inferior al nivel de significación.**

**(c) ¿Es posible afirmar que la hipótesis planteada por el CEO de la cadena hostelera es válida para un $\alpha = 0.01$? A) no, porque el nivel crítico es superior a $\alpha$; B) sí, al igual que se puede afirmar para un $\alpha = 0.05$; C) sí, ya que $p - \text{valor} < 0.01$.**

**(d) Podemos decir que el efecto del trato de los camareros sobre los clientes es: A) pequeño; B) mediano; C) grande.**

**(e) ¿Cuál es el porcentaje de clientes tratados amablemente que otorgaron una puntuación inferior a la media de los clientes que recibieron un trato inferior? A) 50.8 %; B) 30.5 %; C) 69.5 %.**

**(f) ¿Cuál es el porcentaje de clientes servidos con indiferencia que otorgaron una puntuación superior a ochenta y seis, en términos medios? A) 50.8 %; B) 30.5 %; C) 69.5 %.**

**(g) ¿Cuál es el porcentaje de clientes servidos amablemente que valoraron el servicio por encima de los ochenta puntos? A) 50.8 %; B) 30.5 %; C) 69.5 %.**

**SOLUCIÓN 4.**

Antes de iniciar las respuestas tipo test, realizaremos los pasos correspondientes:

**Paso 1: Hipótesis.**

Definimos las hipótesis comenzando por la hipótesis a contrastar, es decir, la $H_1$, la cual debate si la diferencia de puntuaciones medias es mayor que cero:

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \rightarrow \mu_1 - \mu_2 \leq 0$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \rightarrow \mu_1 - \mu_2 > 0$$

**Paso 2: Distribución que siguen las muestras.**

Del enunciado deducimos que las varianzas de ambas poblaciones son iguales. Además, asumimos que son desconocidas debido a que no tenemos más datos. Por lo tanto, aproximaremos nuestras muestras por una distribución t de Student.

**Paso 3: Estadístico de contraste.**

La ecuación del estadístico de contraste se formula como:

$$T = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\hat{S}_1^2 + (n_2-1)\hat{S}_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} =$$

$$\frac{86-80}{\sqrt{\frac{(38-1)150+(38-1)129}{38+38-2}\left(\frac{1}{38}+\frac{1}{38}\right)}} = 2.214$$

**Paso 4: Valor crítico.**

Para calcular este valor entraremos en la tabla de distribución t de Student con $38 + 38 - 2 = 74$ grados de libertad. De acuerdo a la $H_1$, podemos deducir que esta situación plantea un contraste unilateral por la derecha con un $\alpha = 0.05$. Aproximando el problema a sesenta grados de libertad, de acuerdo a la tabla de la t de Student disponible, obtenemos que: $P(T < t) = 0.95 \rightarrow t = 1.6706$.

**Paso 5: Nivel crítico.**

Teniendo en cuenta que estamos ante un contraste unilateral por la derecha donde el valor del estadístico de contraste es $2.214$, calcularemos el nivel crítico teniendo en cuenta 74 grados de libertad: $P(T \geq 2.214) = 1 - P(T < 2.214)$. Debido a la cuantificación de las tablas, diremos que el nivel crítico se encuentra en el intervalo $(0.01 - 0.025)$. También podemos expresar el nivel crítico como: $p -$ valor $< 0.025$.

**Paso 6: Conclusión.**

De acuerdo a nuestros resultados diremos que se acepta la hipótesis del investigador, es decir, la $H_1$. Por un lado vemos que el $p -$ valor $< 0.05$. Por otro lado, se observa que el estadístico de contraste supera al valor crítico en este contraste unilateral por la derecha, $2.214 > 1.6706$.

Particularizando al contexto debatido en esta situación, podemos concluir con que se han encontrado evidencias para afirmar que la puntuación otorgada por los clientes que fueron tratados con amabilidad y simpatía es significativamente superior a la dada por los clientes tratados con indiferencia.

A continuación contestamos las preguntas del test:

(a) El valor absoluto del estadístico de contraste es: **A) 2.214;** B) 1.671; C) ninguna de las anteriores.

(b) ¿Es significativamente superior la media del grupo tratado con amabilidad y simpatía? A) sí, porque ochenta y seis puntos es superior a ochenta puntos; B) no, la diferencia de seis puntos no indica superioridad significativa; **C) sí, porque el nivel crítico es inferior al nivel de significación.**

(c) ¿Es posible afirmar que la hipótesis planteada por el CEO de la cadena hostelera es válida para un $\alpha = 0.01$? **A) no, porque el nivel crítico es superior a $\alpha$**; B) sí, al igual que se puede afirmar para un $\alpha = 0.05$; C) sí, ya que $p -$ valor $< 0.01$.

*La respuesta correcta es la A, pues el nivel crítico se encuentra en el intervalo* $(0.01 - 0.025)$.

(d) Podemos decir que el efecto del trato de los camareros sobre los clientes es: A) pequeño; **B) mediano**; C) grande.

*Para responder a esta pregunta debemos de calcular el tamaño del efecto con la $d$ de Cohen:*

$$d = \frac{|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2|}{\sqrt{\dfrac{(n_1 - 1)\hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}} =$$

$$\frac{|86 - 80|}{\sqrt{\dfrac{(38 - 1)150 + (38 - 1)129}{38 + 38 - 2}}} = 0.51.$$

*Este valor representa la distancia en puntuaciones estándares. Así pues, como* $d = 0.51$*, diremos que el tamaño del efecto es mediano.*

(e) ¿Cuál es el porcentaje de clientes tratados amablemente que otorgaron una puntuación inferior a la media de los clientes que recibieron un trato inferior? A) 50.8 %; **B) 30.5 %**; C) 69.5 %.

*Para responder a esta pregunta calcularemos en la tabla de la distribución normal estándar la probabilidad asociada a* $z = 0.51$*, obteniendo un valor de probabilidad de 0.6950.*

*En el contexto de esta situación, ese valor de probabilidad puede tener dos interpretaciones:*

- *La proporción de clientes tratados cordialmente que valoraron el servicio por encima de los ochenta puntos (valor medio de puntuación de los clientes peor tratados) es de 69.5 %.*
- *Un 69.5 % de los clientes tratados con indiferencia otorgó una puntuación inferior a la puntuación promedio del grupo de clientes que recibió buen servicio.*

*Además, sabiendo que* $1 - 0.6950 = 0.305$*, podemos obtener las siguientes conclusiones:*

- *El 30.5 % de los clientes que recibió un trato amable otorgó una puntuación inferior a ochenta, siendo ochenta el valor promedio otorgado por los clientes peor tratados.*
- *El porcentaje de clientes que recibieron un trato indiferente y que puntuaron por encima del valor promedio otorgado por los clientes tratados con simpatía y amabilidad fue de 30.5 %.*

*Debido a ello, concluimos que la respuesta correcta es la B.*

(f) ¿Cuál es el porcentaje de clientes servidos con indiferencia que otorgaron una puntuación superior a ochenta y seis, en términos medios? A) 50.8 %; **B) 30.5 %**; C) 69.5 %.

*Siguiendo el razonamiento de la pregunta anterior, la respuesta correcta es la B.*

(g) ¿Cuál es el porcentaje de clientes servidos amablemente que valoraron el servicio por encima de los ochenta puntos? A) 50.8 %; B) 30.5 %; **C) 69.5 %.**

*Este porcentaje de clientes coincide con la probabilidad, encontrada en la distribución estándar, asociada al valor de la* $d$ *de Cohen.*

**SITUACIÓN 5.**
**En una simulación digital sobre las políticas comerciales, un economista aplicó una medida proteccionista sobre un país de pequeña economía, observando el impacto de la medida en la evolución económica de las empresas de dicho país. Una vez anotados los resultados, reinició la simulación y aplicó una medida librecambista sobre el mismo país, volviendo a anotar los nuevos resultados. El propósito del economista era comparar los resultados y determinar si hay diferencias estadísticas al aplicar una medida u otra. Para ello, usó una muestra aleatoria de 200 empresas con domicilio fiscal en ese país y formó dos grupos: un grupo de 100 empresas a las que aplicó la medida proteccionista y otro grupo de 100 empresas a las que aplicó la medida libremercadista. Vistos los resultados, 72 y 58 empresas de las sesiones proteccionistas y libremercadistas, respectivamente, mejoraron su economía. Con un nivel de confianza del 90 %, responda a las siguientes preguntas intentando averiguar si alguna de las medidas es más eficaz que la otra para el progreso económico del país en su conjunto.**

**(a)** **La hipótesis alternativa es: A) $H_1 : \pi_1 \neq \pi_2$, o bien, $\pi_1 - \pi_2 \neq 0$; B) $H_1 : \pi_1 \neq \pi_2$, o bien, $\pi_1 - \pi_2 = 0$; C) $H_1 : \pi_1 = \pi_2$, o bien, $\pi_1 - \pi_2 = 0$.**

**(b)** **Se trata de un contraste: A) unilateral por la izquierda; B) unilateral por la derecha; C) bilateral.**

**(c)** **¿Cuál es el estadístico de contraste? A) 0.650; B) 2.075; C) 1.645.**

**(d)** **¿Cuál sería el valor crítico? A) 0.650; B) 2.075; C) 1.645.**

**(e) El nivel crítico ($p -$ valor) es igual a: A) 0.0376; B) 0.0188; C) 0.1000.**

**(f) ¿Cuál sería el intervalo de confianza? A) (1.577, 1.645); B) (0.029, 0.251); C) El intervalo de confianza no tiene trascendencia en este ejercicio.**

**(g) En conclusión: A) aceptamos la $H_0$ y, por lo tanto, afirmamos que una medida es más eficaz que otra para el progreso económico del país en su conjunto; B) aceptamos la $H_1$ y, por lo tanto, afirmamos que una medida es más eficaz que otra para el progreso económico del país en su conjunto; C) aceptamos $H_1$ y, por lo tanto, afirmamos que las dos medidas son igualmente eficaces para el progreso económico del país en su conjunto.**

**SOLUCIÓN 5.**

Procedemos a realizar los pasos habituales en estas situaciones:

**Paso 1: Hipótesis.**

La hipótesis que se quiere refutar es si hay mejoras de una medida respecto a la otra. Al hablarnos de la proporción de las empresas que mejoraron sus economías, la hipótesis alternativa, $H_1$, será si la proporción de las empresas de la sesión proteccionista es distinta a la proporción de empresas de la sesión libremercadistas. Por lo tanto:

$$H_0 : \pi_1 = \pi_2 \rightarrow \pi_1 - \pi_2 = 0$$

$$H_1 : \pi_1 \neq \pi_2 \rightarrow \pi_1 - \pi_2 \neq 0$$

**Paso 2: Distribución que siguen las muestras.**

Normal, debido a que estamos tratando con proporciones que queremos contrastar.

**Paso 3: Estadístico de contraste.**

Aplicaremos la siguiente fórmula:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{P(1-P)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

donde $P = \frac{n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2}{n_1 + n_2} = \frac{100\frac{72}{100} + 100\frac{58}{100}}{100 + 100} = 0.65$

Con lo cual:

$$Z = \frac{0.72 - 0.58}{\sqrt{0.65(1-0.65)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right)}} = 2.0755$$

**Paso 4: Valor crítico.**

Observando la tabla de la distribución normal estándar $P(Z \leq z)$, con un nivel de confianza del 90 %, un $\alpha = 0.1$ y un $\alpha/2 = 0.05$, el valor tipificado es $1.645$.

Debido a que el estadístico de contraste, $Z = 2.0755$, es mayor que $Z_{\alpha/2} = 1.645$, podemos decir que se acepta la hipótesis alternativa, es decir, se valida lo cuestionado por el economista.

**Paso 5: Nivel crítico.**

Para obtener el nivel crítico debemos acudir a la tabla de la distribución normal tipificada $P(Z \leq z)$ y buscar en su cuerpo el valor asociado a nuestro estadístico de contaste, $Z = 2.0755$. El valor más cercano es de $0.9812$. Al tratarse de un contraste bilateral, debemos restar este valor tal como sigue: $1 - 0.9812 = 0.0188$. Así pues, el nivel crítico, o p-valor, será el doble de dicho valor, es decir, $0.0188 + 0.0188 = 0.0376$. Como este es menor que el nivel de significación $\alpha = 0.1$, podemos concluir que hay evidencias significativas para rechazar la $H_0$, interpretando, por tanto, que las dos políticas comerciales no son igualmente eficaces.

**Paso 6: Conclusión.**

Como se ha comentado anteriormente, podemos concluir con que no hay evidencias para refutar la hipótesis alternativa y, por lo tanto, hay diferencias significativas entre las dos políticas económicas.

**Paso 7: Intervalo de confianza**

De acuerdo al formulario, para un contraste de hipótesis sobre dos proporciones de muestras independientes, su expresión es: $I.C. = (p_1 - p_2) \pm E_{max}$, donde $E_{max} = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sigma_{p_1 - p_2}$.

Por un lado: $\sigma_{p_1 - p_2} = \sqrt{P(1-P)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} = 0.0675$.

Por otro lado: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.95} = 1.645$.

Así pues: $E_{max} = 1.645 \cdot 0.0675 = 0.111$.

En consecuencia, el intervalo de confianza será: $I.C = (0.72 - 0.58) \pm 0.111 = 0.14 \pm 0.111 = (0.029, 0.251)$.

Una vez hallado el intervalo de confianza, $(0.029, 0.251)$, como el estadístico de contraste, $Z = 2.0755$, no se encuentra entre los valores del intervalo, concluimos que se rechaza la $H_0$, o bien, se acepta la $H_1$.

Así pues, pasamos a responder las preguntas del test:

(a) La hipótesis alternativa es: **A) $\boldsymbol{H_1 : \pi_1 \neq \pi_2}$, o bien, $\boldsymbol{\pi_1 - \pi_2 \neq 0}$;** B) $H_1 : \pi_1 \neq \pi_2$, o bien, $\pi_1 - \pi_2 = 0$; C) $H_1 : \pi_1 = \pi_2$, o bien, $\pi_1 - \pi_2 = 0$.

(b) Se trata de un contraste: A) unilateral por la izquierda; B) unilateral por la derecha; **C) bilateral**.

(c) ¿Cuál es el estadístico de contraste? A) 0.650; **B) 2.075**; C) 1.645.

(d) ¿Cuál sería el valor crítico? A) 0.650; B) 2.075; **C) 1.645.**

(e) El nivel crítico ($p -$ valor) es igual a: **A) 0.0376**; B) 0.0188; C) 0.1000.

(f) ¿Cuál sería el intervalo de confianza? A) (1.577, 1.645); B) **(0.029, 0.251)**; C) El intervalo de confianza no tiene trascendencia en este ejercicio.

(g) En conclusión: A) aceptamos la $H_0$ y, por lo tanto, afirmamos que una medida es más eficaz que otra para el progreso económico del país en su conjunto; **B) aceptamos la $\boldsymbol{H_1}$ y, por lo tanto, afirmamos que una medida es más eficaz que otra para el progreso económico del país en su conjunto;** C) aceptamos $H_1$ y, por lo tanto, afirmamos que las dos medidas son igualmente eficaces para el progreso económico del país en su conjunto.

**SITUACIÓN 6.**
**Un magistrado de la antigua Roma, encargado de la custodia del erario público, quiere comprobar si existe una relación *consanginius* mayor en las familias en las que el *paterfamilias* muere habiendo testado respecto a aquellas familias donde el *paterfamilias* muere sin haber testado. Para ello, realiza un test muy antiguo sobre economía familiar que analiza las relaciones de veinte familias que pasan por el *comitium* para resolver la herencia testada (grupo 1), obteniendo un resultado medio de diez puntos en el test y una cuasivarianza igual a cincuenta. En cambio, en una muestra aleatoria de cincuenta familias que resuelven la herencia intestada (grupo 2), se obtiene una media igual a dieciocho y una cuasivarianza igual a ciento diez. Suponiendo que las varianzas en la población son iguales para ambos grupos, y con un nivel de confianza del 95 %, ¿tendrá el magistrado razón con su hipótesis? Responda las siguientes preguntas.**

**(a) ¿Cuál sería la hipótesis nula? A) $\mu_1 \leq \mu_2$; B) $\mu_1 \geq \mu_2$; C) $\mu_1 - \mu_2 > 0$**

**(b) ¿Qué tipo de contraste se debate en este supuesto? A) unilateral por la izquierda; B) unilateral por la derecha; C) bilateral.**

**(c) ¿Cuánto es, aproximadamente, el valor del estadístico de contraste? A) -3.131; B) 1.667; C) 2.555.**

**(d) ¿Cuánto es, aproximadamente, el valor crítico? A) -3.131; B) 1.671; C) 2.555.**

**(e) ¿Cuál es, aproximadamente, el intervalo de confianza? A) (-3.131, 1.667); B) (-3.131, 5.09467); C) (-13.111, -2.889).**

**(f) ¿Tendrá el magistrado razón con su hipótesis? Es decir, ¿hay evidencias para aceptar la hipótesis alternativa? A) sí; B) no; C) la pregunta es errónea, pues la hipótesis del magistrado se evalúa en la hipótesis nula y no en la alternativa.**

**SOLUCIÓN 6.**

Comenzaremos trabajando los pasos comunes para la resolución de este tipo de supuestos:

**Paso 1: Hipótesis.**

El magistrado plantea la hipótesis alternativa, $H_1$, la cual debate si la puntuación en las familias que resuelven la herencia intestada es significativamente mayor en promedio respecto a las familias que resuelven la herencia testada tras pasar por el *comitium*. Es decir:

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \rightarrow \mu_1 - \mu_2 \leq 0$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \rightarrow \mu_1 - \mu_2 > 0$$

**Paso 2: Distribución que siguen las muestras.**

T de Student. En este contraste de medias desconocemos las varianzas y, por ello, asumimos que las poblaciones tienen la misma varianza y que siguen dicha distribución estadística.

**Paso 3: Estadístico de contraste.**

Se calcula a través de la siguiente fórmula:

$$T = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\hat{S}_1^2 + (n_2-1)\hat{S}_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} =$$

$$\frac{10-18}{\sqrt{\frac{(20-1)50+(50-1)110}{20+50-2}\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{50}\right)}} = -3.131$$

**Paso 4: Valor crítico.**

Los grados de libertad de esta situación son: $20+50-2=68$, mientras que el nivel de confianza es del 95 % (o $\alpha = 0.05$). Con estos valores podemos entrar en la tabla de la distribución t de Student, $P(T < t_{\text{gl}})$, obteniendo que el valor de $t_{68} \simeq 1.6706$.

**Paso 5: Nivel crítico.**

Para el nivel crítico buscaremos en la tabla de la distribución t de Student, $P(T < t_{\text{gl}})$, el valor asociado a nuestro estadístico de contaste, $T = -3.131$. Como la tabla solo nos proporciona valores positivos asociados a probabilidades superiores a $0.550$, aprovecharemos la simetría de dicha distribución. Observamos que para 60 grados de libertad, el cual es el número más próximo a 68, podemos afirmar que la probabilidad asociada a un valor de $t_{68} = 3.131$ es mayor a 0.995. Como en este caso estamos ante un test unilateral por la derecha, podremos decir que el nivel crítico será: $p -$ valor $> 0.995$.

**Paso 6: Conclusión.**

Teniendo en cuenta que estamos ante un contraste unilateral por la derecha, según determina la $H_1$, podemos comparar que el estadístico de contraste, $-3.131$, es menor que el valor crítico, $1.6706$. Así pues, tenemos evidencias para aceptar la $H_0$.

Si comparamos el nivel crítico, $> 0.995$, con el nivel de significación, $\alpha = 0.05$, observamos claramente que el $p -$ valor $> 0.05$ y que, por tanto, hay fuertes evidencias para aceptar la $H_0$.

Debido a ello, podemos concluir que hay evidencias significativas para aceptar la $H_0$, interpretando, por tanto, que no existe relación *consanginius* mayor en las familias que dejan la herencia testada que en las familias que dejan la herencia intestada. Por ello, no podemos darle la razón a la sospecha planteada por el magistrado romano.

**Paso 7: Intervalo de confianza.**

Para el contraste planteado en esta situación deberemos usar la siguiente fórmula:

$I.C. = \left(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2\right) \pm E_{max}$

donde:

$E_{max} = t_{n_1+n_2-2;1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{Y}_1-\bar{Y}_2}$

Pasamos, pues, a ir resolviendo cada uno de los parámetros de la fórmula:

- $t_{n_1+n_2-2;1-\frac{\alpha}{2}} = t_{20+50-2;1-0.05/2} = t_{68;0.975} \simeq 2.0003$
- Por otro lado, calculamos el error típico como:

$$\sigma_{\bar{Y}_1-\bar{Y}_2} = \sqrt{\frac{(n_1-1)\hat{S}_1^2 + (n_2-1)\hat{S}_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)} =$$

$$\sqrt{\frac{(20-1)50+(50-1)110}{20+50-2}\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{50}\right)} = 2.555$$

En consecuencia, el error máximo será:

$E_{max} = t_{n_1+n_2-2;1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{Y}_1-\bar{Y}_2} = 2.0003 \cdot 2.555 = 5.111$

El intervalo de confianza, por tanto, quedará como:

$I.C. = \left(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2\right) \pm E_{max} = (10-18) \pm 5.111 = (-13.111, -2.889).$

Se observa, pues, que el estadístico de contraste, $t_{68} = -3.131$, se encuentra dentro de los valores del intervalo de confianza. Por ello podemos concluir con la aceptación de la $H_0$ o el rechazo de la $H_1$.

Así pues, pasamos a responder las preguntas del test:

(a) ¿Cuál sería la hipótesis nula? **A)** $\boldsymbol{\mu_1 \leq \mu_2}$**;** B) $\mu_1 \geq \mu_2$; C) $\mu_1 - \mu_2 > 0$

(b) ¿Qué tipo de contraste se debate en este supuesto? A) unilateral por la izquierda; **B) unilateral por la derecha;** C) bilateral.

(c) ¿Cuánto es, aproximadamente, el valor del estadístico de contraste? **A) -3.131;** B) 1.667; C) 2.555.

(d) ¿Cuánto es, aproximadamente, el valor crítico? A) -3.131; **B) 1.671;** C) 2.555.

(e) ¿Cuál es, aproximadamente, el intervalo de confianza? A) (-3.131, 1.667); B) (-3.131, 5.094); **C) (-13.111, -2.889).**

(f) ¿Tendrá el magistrado razón con su hipótesis? Es decir, ¿hay evidencias para aceptar la hipótesis alternativa? A) sí; **B) no**; C) la pregunta es errónea, pues la hipótesis del magistrado se evalúa en la hipótesis nula y no en la alternativa.