

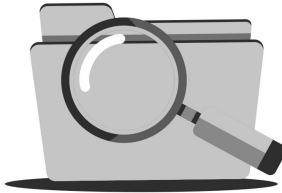
ALFONSO BACHILLER SOLER
RAMÓN CANO GONZÁLEZ

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Sevilla

CIRCUITOS TRIFÁSICOS
PROBLEMAS RESUELTOS

2ª Edición

**ESTE LIBRO
SE PUEDE COMPRAR EN...**



www.editdiazdesantos.com

© Alfonso Bachiller y Ramón Cano, 2020

Reservados todos los derechos.

«No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del Copyright.»

Ediciones Díaz de Santos
E-mail: ediciones@editdiazdesantos.com
Internet: www.editdiazdesantos.com

ISBN: 978-84-9052-276-9
Depósito legal: M-8858-2020

Foto de cubierta: Alfonso Bachiller

Impreso en España

ÍNDICE

Prólogo a la 1ª edición	XIII
Prólogo a la 2ª edición	XV
Introducción	XVII
Problema 1	1
Problema 2	4
Problema 3	8
Problema 4	12
Problema 5	14
Problema 6	16
Problema 7	17
Problema 8	20
Problema 9	22
Problema 10	25
Problema 11	27
Problema 12	32
Problema 13	37
Problema 14	39
Problema 15	40
Problema 16	42
Problema 17	47
Problema 18	51
Problema 19	54
Problema 20	57
Problema 21	60
Problema 22	62
Problema 23	65
Problema 24	67

Problema 25	71
Problema 26	73
Problema 27	75
Problema 28	78
Problema 29	80
Problema 30	84
Problema 31	87
Problema 32	90
Problema 33	92
Problema 34	95
Problema 35	99
Problema 36	101
Problema 37	104
Problema 38	107
Problema 39	111
Problema 40	113
Problema 41	116
Problema 42	118
Problema 43	122
Problema 44	124
Problema 45	128
Problema 46	131
Problema 47	134
Problema 48	136
Problema 49	140
Problema 50	143
Problema 51	146
Problema 52	148
Problema 53	151
Problema 54	155
Problema 55	158
Problema 56	162
Problema 57	165
Problema 58	168
Problema 59	170
Problema 60	172
Problema 61	175
Problema 62	178
Problema 63	180
Problema 64	182

Problema 65	186
Problema 66	188
Problema 67	191
Problema 68	195
Problema 69	198
Problema 70	200
Problema 71	204
Problema 72	208
Problema 73	212

PRÓLOGO A LA 1ª EDICIÓN

Este libro, lector, que tienes en tus manos es una recopilación de problemas de sistemas trifásicos. Voy a intentar explicar aquí cuáles han sido las ideas que han guiado a sus autores para realizar este proyecto.

La colección está dirigida, en primer lugar, a estudiantes de ingeniería en las ramas eléctrica y electrónica. Sin embargo cualquier otra disciplina en el ámbito de la ingeniería que aborde los sistemas trifásicos, puede encontrar muy útil esta recopilación de ejercicios. En este texto, la resolución de cada problema sigue una línea teórica contrastada en las aulas y definida en cualquiera de los muchos libros que abordan el estudio teórico de los circuitos trifásicos. La pretensión ha sido realizar un desarrollo eficaz, puesto al día, y al mismo tiempo que no resulte tedioso su estudio.

Los ejercicios presentados por los autores son fruto de su larga experiencia docente en esta área. Presuponen una buena colección de problemas originales que han sido motivados por la falta de los mismos en la amplia bibliografía existente relacionada con este tema. Por otro lado, la futura implantación de los nuevos planes de estudio reduce considerablemente las horas de clase presenciales, por lo que el alumno necesita para asimilar los conceptos teóricos recibidos en las aulas, adquirir cierta destreza en la resolución de problemas, dedicándole parte de sus horas de estudio a la resolución de los mismos. Con este libro se pretende facilitar el trabajo, al disponer de una recopilación de ejercicios suficiente para su comprensión.

Por último, justificar de nuevo el porqué de escribir un libro de problemas, en lugar de, como en la mayoría de los casos, escribir un libro donde se desarrollan unas teorías y se propongan unos ejercicios resueltos en parte. Hay una razón de índole práctica, y es que en la bibliografía actual no encontramos un libro de problemas de circuitos trifásicos exclusivo. Hay una razón más fuerte, y es que los autores llevan muchos años enseñando de tal forma que el énfasis es puesto en la resolución de los problemas, como expresión de la comprensión de los conceptos

tratados y expresiones manejadas en estos circuitos, por parte del alumno. La experiencia docente nos demuestra que el éxito en la resolución de este tipo de ejercicios en la vida profesional se debe a la destreza adquirida al manejar con soltura los conceptos que se adquieren con la práctica habitual de la realización de problemas.

No me queda más que felicitar a los autores por la labor realizada y el tiempo invertido en la compilación de esta obra y espero que esta colección te sea útil tanto en el ámbito universitario como profesional.

M^a Dolores Borrás Talavera
Profesora de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Sevilla

PRÓLOGO A LA 2ª EDICIÓN

Conozco a Alfonso desde hace más de una década, a Ramón lo conocí algo después. Ambos eran jóvenes profesores de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Sevilla. Reunían todas las habilidades para desarrollar la brillante y valiosa colaboración entre el mundo académico y el empresarial, que llega hasta el presente: su paso previo por el mundo de la empresa que les dotó de conocer sus singularidades; esa gran energía vital; y sobre todo una capacidad de ser flexibles y tener una mente abierta a los complejos problemas del mundo real en el que la empresa se mueve. De esta colaboración, que se prolonga desde hace más de diez años, han surgido desarrollos vanguardistas a nivel mundial en el campo de la ingeniería eléctrica, además de numerosas publicaciones de referencia. Alfonso y Ramón reúnen lo mejor del mundo académico y entienden perfectamente lo que demanda el mundo de la empresa. Este espíritu práctico, de poner el conocimiento al servicio de lo que la industria demanda, se plasma en este libro de problemas de electrotecnia.

La ingeniería es una materia eminentemente práctica, y esto se pone de manifiesto en la resolución de problemas que surgen en los proyectos cada vez más retadores y exigentes. Para ello es necesario tener un profundo entendimiento de la materia tratada; disponer de un método de trabajo; y una mente dispuesta a brillar. Este libro práctico de problemas resueltos de circuitos trifásicos está para ayudar a asimilar los conceptos teóricos de la materia, y a entrenar al lector en un método de resolución de los problemas.

Esta colección de problemas abarca las situaciones más habituales con las que se encontrará un ingeniero, dotándole de una gran musculatura que le permitirá afrontar los nuevos y retadores problemas que la vida real nos regala.

Invito a estudiar con atención este libro, fruto de la experiencia docente y del espíritu práctico de los autores, con el que el lector disfrutará al comprobar que asimila la materia y a su vez entrena la mente con problemas que van incrementando su grado de dificultad a medida que se avanza. Pero este libro deja un problema

final sin enunciar, el que el joven ingeniero se encontrará cuando llegue al mundo de la empresa, mas no me cabe duda que será capaz de afrontarlo.

Felicito a los autores de este libro porque han logrado una gran obra con la que están preparando a los futuros ingenieros que necesita la industria.

Gabriel Álvarez Cordero
Red Eléctrica de España

INTRODUCCIÓN

Esta obra recopila un conjunto de problemas de circuitos trifásicos, todos ellos propuestos en distintas convocatorias oficiales de los antiguos títulos de Ingeniero Técnico Industrial y en los actuales títulos de Grado en Ingeniería Eléctrica e Ingeniería Electrónica Industrial de la Universidad de Sevilla. Debido a la gran importancia que tiene para los técnicos el conocimiento de los circuitos trifásicos, el objetivo básico ha sido el de conseguir un texto de aplicación de conocimientos de fácil comprensión y orientado a facilitar al lector criterios y base para la resolución de distintos problemas. Asimismo, pretende dar un enfoque eminentemente práctico.

Los problemas propuestos se han resuelto de forma detallada, explicando todos y cada uno de los pasos seguidos. Sin embargo, se presuponen una serie de conocimientos previos necesarios para el seguimiento de dichas explicaciones. Entre estos conocimientos caben citar, entre otros, las Leyes y Teoremas básicos de resolución de circuitos, conceptos asociados a las potencias definidas en los circuitos eléctricos monofásicos y trifásicos, conversión entre las distintas configuraciones de circuitos trifásicos.

Finalmente, cabe destacar que, en los planes de estudios vigentes en las carreras técnicas, el estudio de los circuitos trifásicos están presentes en asignaturas de Circuitos Eléctricos, Tecnología Eléctrica, Electrotecnia, etc., las cuales se imparten en la práctica totalidad de los Grados en Ingeniería.

El texto se organiza exponiendo el enunciado de cada problema y, a continuación del mismo, su resolución detallada. En la explicación de los problemas planteados se utilizan las convenciones y criterios de signos, así como la simbología empleada habitualmente en los textos similares de Ingeniería Eléctrica. No obstante, se explican a continuación algunos criterios concretos que pudieran ser diferentes en otras obras similares.

- **Tensiones de los sistemas trifásicos.** Los sistemas trifásicos se caracterizan

habitualmente por su tensión de línea (o tensión compuesta). En los sistemas trifásicos de baja tensión, es usual que se indique, además de la tensión de línea, la tensión de fase (o tensión simple). No obstante, en la mayoría de aplicaciones prácticas se emplea únicamente el valor correspondiente a la tensión de línea para caracterizar el sistema trifásico. En este sentido, muchos de los problemas planteados utilizan este último criterio de identificar el sistema trifásico solo con un valor de tensión, que es la tensión de línea.

- **Identificación de cargas trifásicas.** Las cargas trifásicas que se utilizan en muchos de los problemas están formadas por receptores monofásicos conectados convenientemente. Cuando estas cargas están formadas por dos o tres impedancias, denominadas por ejemplo \overline{Z}_i , se referencian en el texto como carga i .
- **Conexiones de vatímetros.** Las medidas realizadas por los vatímetros dependen de las conexiones de los bornes correspondientes a la bobina voltimétrica y los correspondientes a la bobina amperimétrica. La lectura de estos instrumentos es proporcional al producto de la tensión, la intensidad medida y el coseno del ángulo que forman dichas magnitudes. Para evaluar correctamente el citado ángulo, es preciso tener en cuenta la conexión de los terminales correspondientes en el vatímetro.

Con el objeto de simplificar los dibujos, en esta obra se ha omitido la identificación de los terminales correspondientes. Sin embargo, se ha seguido el criterio de que el terminal de la izquierda de la bobina amperimétrica sea correspondiente con el terminal superior de la bobina voltimétrica.

Los autores

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 1

El circuito trifásico de la Figura 1 se encuentra alimentado por un sistema trifásico de tensiones equilibrado y de secuencia directa de 380 V. Sabiendo que $\bar{Z}=10\angle 36,87^\circ \Omega$, y tomando \bar{U}_{RN} como origen de fases, obtener \bar{I}_R , \bar{I}_S , \bar{I}_T e \bar{I}_N , en las siguientes condiciones:

1. K_1 y K_2 cerrados.
2. K_1 abierto y K_2 cerrado.
3. K_1 cerrado y K_2 abierto.
4. K_1 y K_2 abiertos.

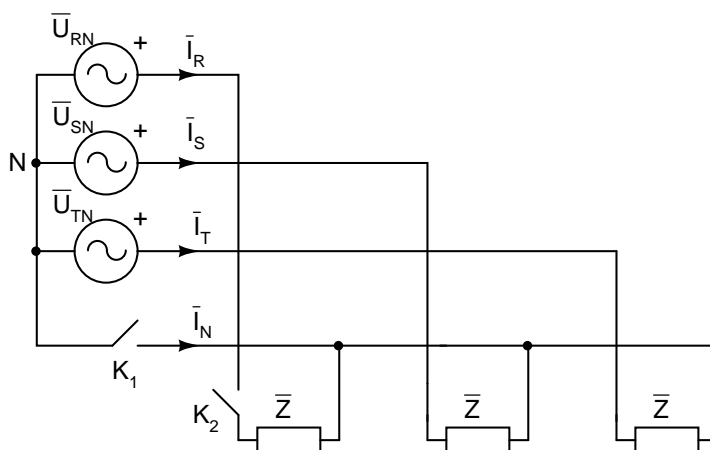


Figura 1

SOLUCIÓN 1

1. Como K_2 está cerrado entonces el sistema trifásico está equilibrado (generador y carga equilibrada). En esta situación, independientemente del estado de K_1 , el neutro del generador y el neutro de las cargas se encuentran al mismo potencial. De esta forma:

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= \frac{\bar{U}_{RN}}{\bar{Z}} = \frac{380/\sqrt{3}\angle 0^\circ}{10\angle 36,87^\circ} = \frac{38}{\sqrt{3}}\angle -36,87^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_S &= \frac{\bar{U}_{SN}}{\bar{Z}} = \frac{380/\sqrt{3}\angle -120^\circ}{10\angle 36,87^\circ} = \frac{38}{\sqrt{3}}\angle -156,87^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_T &= \frac{\bar{U}_{TN}}{\bar{Z}} = \frac{380/\sqrt{3}\angle 120^\circ}{10\angle 36,87^\circ} = \frac{38}{\sqrt{3}}\angle 83,13^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Como el sistema está equilibrado, \bar{I}_R , \bar{I}_S , \bar{I}_T formarán un sistema trifásico equilibrado y, en consecuencia, la intensidad por el neutro es nula:

$$\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T = -\bar{I}_N = 0$$

2. En este caso, el sistema sigue estando equilibrado, siendo indiferente que el interruptor del neutro esté abierto o cerrado ya que, como se ha dicho, los neutros en un sistema equilibrado están al mismo potencial. En consecuencia los resultados de este apartado son los mismos que los del apartado anterior.
3. Cuando K_2 está abierto, la intensidad que circula por la fase R es nula y además la carga ya no estará equilibrada. Sin embargo, como K_1 se encuentra cerrado entonces el neutro del generador se encuentra unido rígidamente al neutro de las cargas monofásicas. En esta situación:

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= 0 \text{ A} \\ \bar{I}_S &= \frac{\bar{U}_{SN}}{\bar{Z}} = \frac{380/\sqrt{3}\angle -120^\circ}{10\angle 36,87^\circ} = \frac{38}{\sqrt{3}}\angle -156,87^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_T &= \frac{\bar{U}_{TN}}{\bar{Z}} = \frac{380/\sqrt{3}\angle 120^\circ}{10\angle 36,87^\circ} = \frac{38}{\sqrt{3}}\angle 83,13^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

La intensidad que circula por el neutro se calcula como sigue:

$$\begin{aligned}\bar{I}_N &= -(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) = -\left(\frac{38}{\sqrt{3}}\angle -156,87^\circ + \frac{38}{\sqrt{3}}\angle 83,13^\circ\right) \\ &= \frac{38}{\sqrt{3}}\angle -36,87^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

4. Ya se ha dicho en el apartado anterior que si K_2 está abierto la carga no estará equilibrada. Si además K_1 está abierto entonces el neutro de la carga no coincidirá en general con el neutro del generador. En estas condiciones, el circuito resultante se muestra en la Figura 2, según la cual:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{ST} &= \bar{U}_{SN} - \bar{U}_{TN} = 2 \cdot \bar{Z} \cdot \bar{I}_S \\ \bar{I}_S + \bar{I}_T &= 0\end{aligned}$$

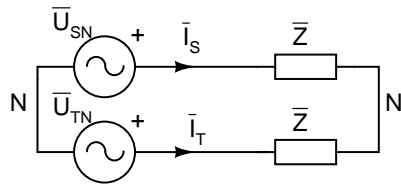


Figura 2

Despejando y sustituyendo valores resulta:

$$\begin{aligned}\bar{I}_S &= \frac{\bar{U}_{ST}}{2 \cdot \bar{Z}} = \frac{380/\sqrt{3} \angle -120^\circ - 380/\sqrt{3} \angle 120^\circ}{2 \cdot 10 \angle 36,87^\circ} = 19 \angle -126,87^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_T &= -\bar{I}_S = 19 \angle 53,13^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Es evidente que tanto la intensidad por la fase R como por el neutro son nulas. Además, se puede comprobar que la tensión entre los neutros, $\bar{U}_{N'N}$, es distinta de cero:

$$\bar{U}_{N'N} = \frac{\frac{\bar{U}_{SN}}{\bar{Z}} + \frac{\bar{U}_{TN}}{\bar{Z}}}{\frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}}} = -\frac{\bar{U}_{RN}}{2} = -\frac{380}{2 \cdot \sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

o bien:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{N'N} &= \bar{U}_{SN} - \bar{Z} \cdot \bar{I}_S = \bar{U}_{SN} - \frac{\bar{U}_{ST}}{2} = \bar{U}_{SN} - \frac{\bar{U}_{SN} - \bar{U}_{TN}}{2} \\ &= \frac{\bar{U}_{SN} + \bar{U}_{TN}}{2} = -\frac{\bar{U}_{RN}}{2}\end{aligned}$$

PROBLEMA 2

El circuito trifásico de la Figura 3 se encuentra alimentado por un sistema trifásico de tensiones equilibrado y de secuencia directa de 400 V. Sabiendo que $R=10\ \Omega$, $X=20\ \Omega$, obtener la lectura del amperímetro en las siguientes condiciones:

1. K_1 cerrado y K_2 y K_3 abiertos.
2. K_1 y K_2 abiertos y K_3 cerrado.
3. K_1 , K_2 y K_3 abiertos.
4. K_1 y K_3 abiertos y K_2 cerrado.

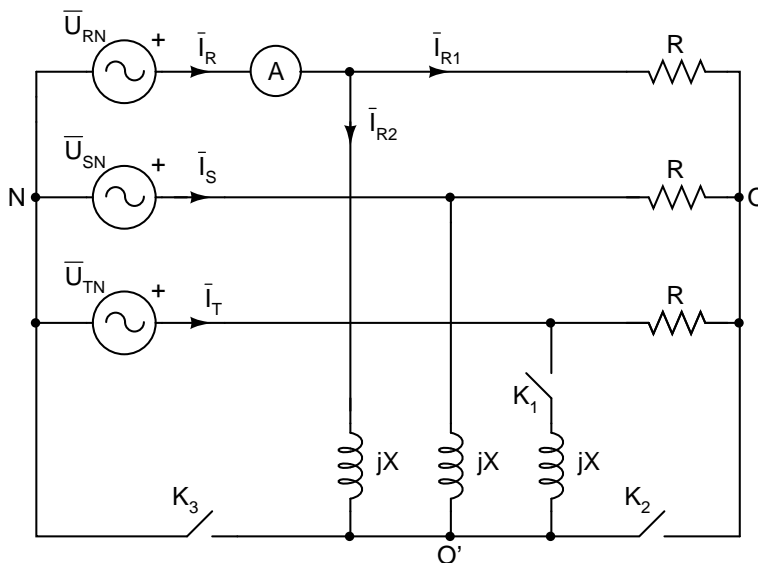


Figura 3

SOLUCIÓN 2

1. Cuando K_1 está cerrado y K_2 y K_3 abiertos, el sistema trifásico está equilibrado y, por ello, el neutro de cada carga y el neutro del generador están al mismo potencial. En estas circunstancias, la intensidad que circula por la

fase R de cada una de las cargas es:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{R1} &= \frac{\bar{U}_{RO}}{R} = \frac{\bar{U}_{RN}}{R} = \frac{400/\sqrt{3}\angle 0^\circ}{10} = \frac{40}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_{R2} &= \frac{\bar{U}_{RO'}}{jX} = \frac{\bar{U}_{RN}}{jX} = \frac{400/\sqrt{3}\angle 0^\circ}{20\angle 90^\circ} = \frac{20}{\sqrt{3}}\angle -90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

La intensidad que circula por la fase R del generador será la suma de \bar{I}_{R1} e \bar{I}_{R2} :

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} = \frac{40}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ + \frac{20}{\sqrt{3}}\angle -90^\circ \approx 25,82\angle -26,57^\circ \text{ A}$$

La lectura del amperímetro es de 25,82 A.

2. Si K_1 está abierto, la carga inductiva está desequilibrada, y como K_3 está cerrado su neutro se encuentra rígidamente unido al neutro del generador. De esta forma, \bar{I}_{R2} es la misma que la calculada en el apartado anterior:

$$\bar{I}_{R2} = \frac{20}{\sqrt{3}}\angle -90^\circ \text{ A}$$

En este caso particular en el que no existe impedancia de línea entre el generador y las cargas, al abrir el interruptor K_2 la carga resistiva sigue sometida a un sistema trifásico equilibrado de tensiones, aunque el sistema trifásico de intensidades que circula por el generador está desequilibrado. Por lo tanto, los neutros N y O se encuentran al mismo potencial, e \bar{I}_{R1} será la misma que la calculada en el apartado anterior:

$$\bar{I}_{R1} = \frac{40}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ \text{ A}$$

La lectura del amperímetro coincide con la del apartado anterior, es decir 25,82 A.

3. Cuando todos los interruptores se encuentran abiertos, solo hay que calcular \bar{I}_{R2} ya que \bar{I}_{R1} , por los mismos razonamientos que el apartado anterior no varía.

Según el circuito simplificado de la Figura 4:

$$\bar{I}_{R2} = \frac{\bar{U}_{RS}}{2 \cdot jX} = \frac{400\angle 30^\circ}{40\angle 90^\circ} = 10\angle -60^\circ \text{ A}$$

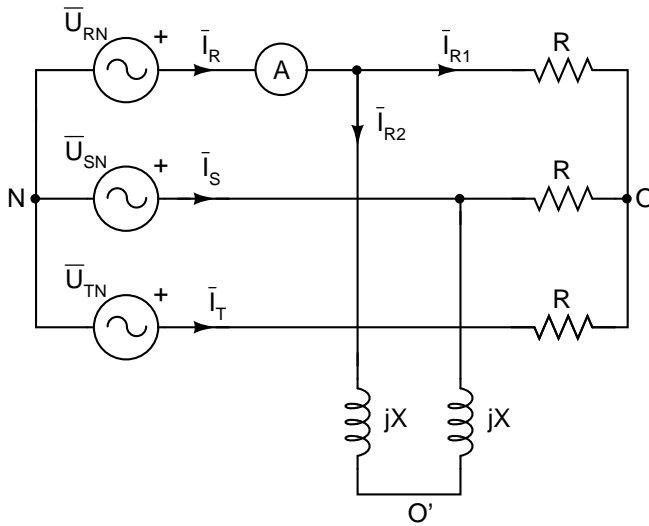


Figura 4

Por tanto:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} = \frac{40}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ + 10 \angle -60^\circ \approx 29,4 \angle -17,13^\circ \text{ A}$$

y la lectura del amperímetro es de 29,4 A.

4. El circuito resultante cuando K_1 y K_3 están abiertos y K_2 está cerrado es el mostrado en la Figura 5.

Teniendo en cuenta que los neutros O y O' se encuentran unidos rígidamente, se obtiene el circuito simplificado de la Figura 6, donde:

$$\bar{Z} = R // jX = \frac{jRX}{R + jX} = \frac{j200}{10 + j20} \approx 8,94 \angle 26,57^\circ \Omega$$

Según la Figura 6, la tensión entre el neutro de la carga (O) y el neutro del generador (N) se puede calcular aplicando el teorema de Millman:

$$\bar{U}_{ON} = \frac{\frac{\bar{U}_{RN}}{\bar{Z}} + \frac{\bar{U}_{SN}}{\bar{Z}} + \frac{\bar{U}_{TN}}{R}}{\frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{R}}$$

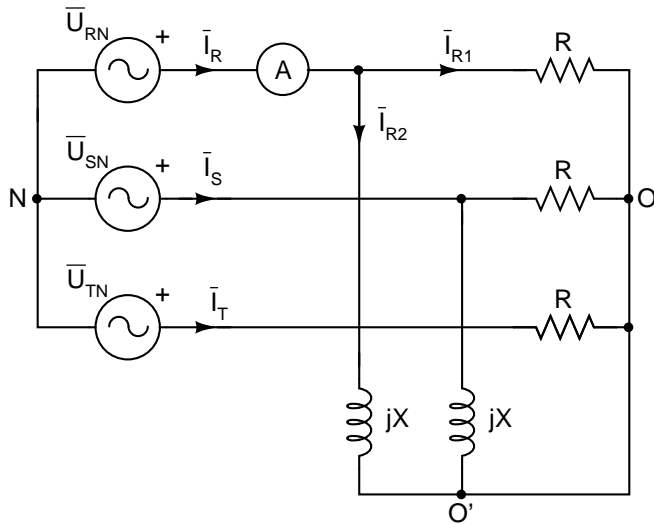


Figura 5

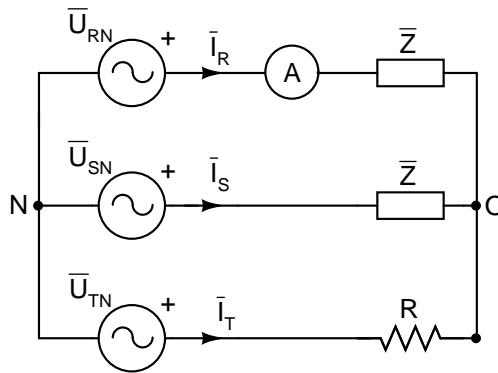


Figura 6

Sustituyendo valores resulta:

$$\bar{U}_{ON} = \frac{\frac{400/\sqrt{3}\angle 0^\circ}{8,94\angle 26,57^\circ} + \frac{400/\sqrt{3}\angle -120^\circ}{8,94\angle 26,57^\circ} + \frac{400/\sqrt{3}\angle 120^\circ}{10}}{\frac{1}{8,94\angle 26,57^\circ} + \frac{1}{8,94\angle 26,57^\circ} + \frac{1}{10}}$$

$$\approx 36,51\angle -131,57^\circ \text{ V}$$

Una vez obtenida la tensión entre O y N , entonces:

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= \frac{\bar{U}_{RN} - \bar{U}_{ON}}{\bar{Z}} = \frac{(400/\sqrt{3})\angle 0^\circ - 36,51\angle -131,57^\circ}{8,94\angle 26,57^\circ} \\ &\approx 28,71\angle -20,46^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

y la lectura del amperímetro es de 28,71 A.

PROBLEMA 3

El circuito trifásico de la Figura 7 se encuentra alimentado por un sistema trifásico de tensiones equilibrado y de secuencia directa de 400 V de tensión de fase. Sabiendo que $\bar{Z}_1=10\angle 36,87^\circ \Omega$, $\bar{Z}_2=20\angle -36,87^\circ \Omega$ y $R=10\Omega$, obtener la lectura del amperímetro y de los voltímetros en las siguientes condiciones:

1. K_1, K_2, K_3 y K_4 abiertos.
2. K_1 abierto y K_2, K_3 y K_4 cerrados.
3. K_1 cerrado y K_2, K_3 y K_4 abiertos.

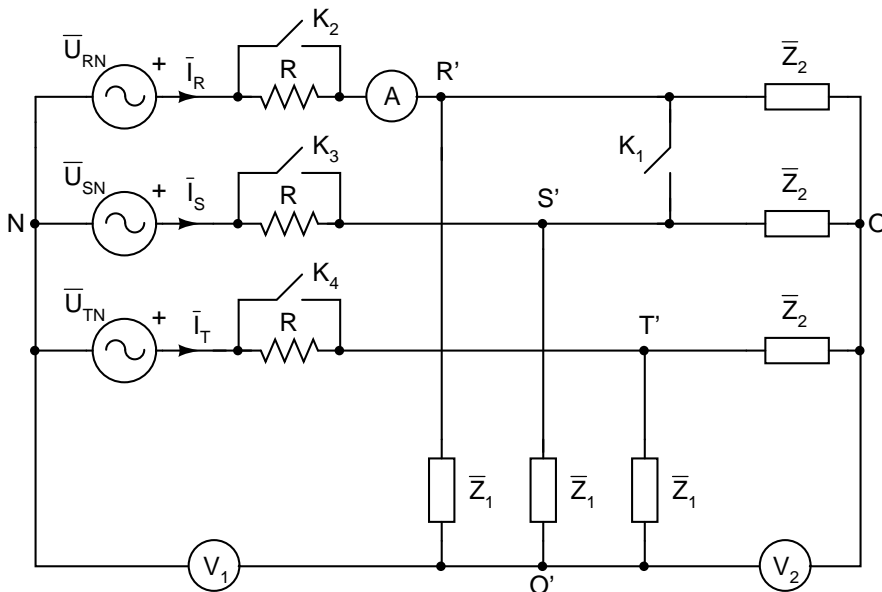


Figura 7

SOLUCIÓN 3

1. Cuando todos los interruptores se encuentran abiertos, el sistema se encuentra equilibrado y así

$$V_1 = V_2 = 0.$$

En estas circunstancias se puede obtener una impedancia equivalente por fase de la carga 1 y 2,

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{eq} &= \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{10\angle 36,87^\circ \cdot 20\angle -36,87^\circ}{10\angle 36,87^\circ + 20\angle -36,87^\circ} \approx \frac{200\angle 0^\circ}{24,74\angle -14,04^\circ} \\ &\approx 8,08\angle 14,04^\circ \Omega. \end{aligned}$$

Por tanto:

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{U}_{RN}}{\bar{Z}_{eq} + R} = \frac{400\angle 0^\circ}{8,08\angle 14,03^\circ + 10} \approx 22,28\angle -6,27^\circ \text{ A}$$

Siendo la lectura del amperímetro 22,28 A.

2. Cuando K_1 está abierto y K_2 , K_3 y K_4 están cerrados, el sistema sigue estando equilibrado y en consecuencia:

$$V_1 = V_2 = 0$$

En este caso:

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{U}_{RN}}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{400\angle 0^\circ}{8,08\angle 14,03^\circ} \approx 49,5\angle -14,03^\circ \text{ A}$$

Siendo la lectura del amperímetro 49,5 A.

3. Cuando K_1 está cerrado la carga 2 está desequilibrada y las intensidades \bar{I}_R , \bar{I}_S e \bar{I}_T formarán un sistema trifásico desequilibrado. Por otro lado, como K_2 , K_3 y K_4 están abiertos, al circular las intensidades desequilibradas por cada resistencia R de la línea, el sistema trifásico de tensiones resultante en bornes de la carga 1 y 2 está desequilibrado. Por tanto, las lecturas de los dos voltímetros no serán nulas en general.

Al estar cortocircuitados dos bornes de cada una de las cargas trifásicas formadas por \bar{Z}_1 y \bar{Z}_2 , quedan en paralelo las impedancias monofásicas correspondientes a la fase R' y S' de cada carga. De este modo, agrupando

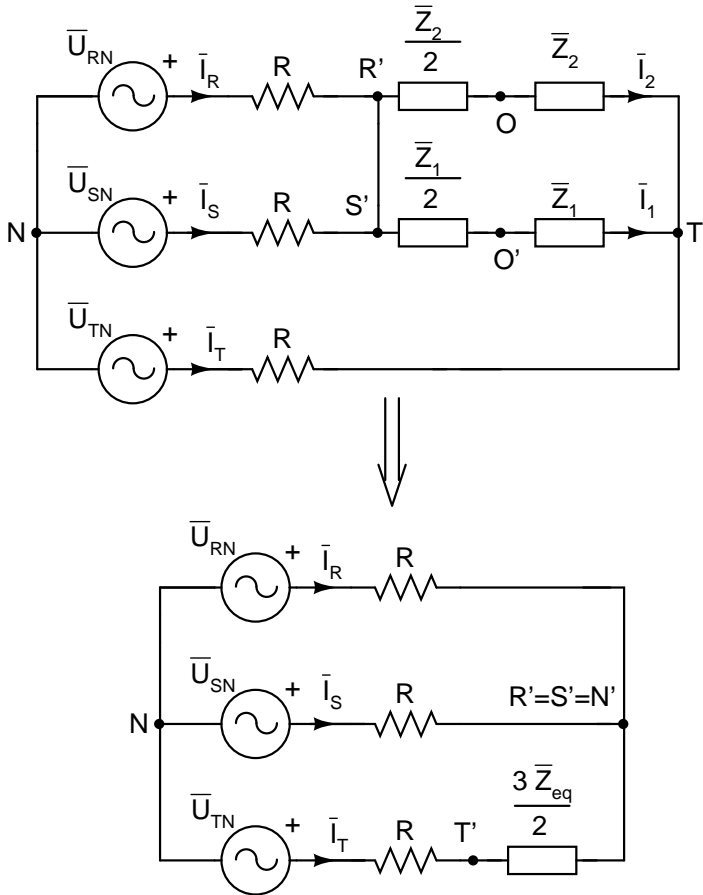


Figura 8

las impedancias que resultan en paralelo y reorganizando el circuito, se obtiene el circuito simplificado de la Figura 8, donde \bar{Z}_{eq} es la misma que la utilizada en apartados anteriores, es decir el paralelo de \bar{Z}_1 y \bar{Z}_2 .

Según la Figura 8, la tensión entre el neutro de la carga (N') y el neutro del generador (N) se calcula como sigue:

$$\bar{U}_{N'N} = \frac{\frac{\bar{U}_{RN}}{R} + \frac{\bar{U}_{SN}}{R} + \frac{\bar{U}_{TN}}{R + \frac{3\bar{Z}_{eq}}{2}}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R + \frac{3\bar{Z}_{eq}}{2}}} = \frac{\frac{\bar{U}_{RN}}{R} + \frac{\bar{U}_{SN}}{R} + \frac{\bar{U}_{TN}}{R + \frac{3\bar{Z}_{eq}}{2}}}{\frac{2}{R} + \frac{1}{R + \frac{3\bar{Z}_{eq}}{2}}}$$

Sustituyendo valores resulta:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{N'N} &= \frac{\frac{400\angle 0^\circ}{10} + \frac{400\angle -120^\circ}{10} + \frac{400\angle 120^\circ}{10 + \frac{3 \cdot 8,08\angle 14,03^\circ}{2}}}{\frac{2}{10} + \frac{1}{10 + \frac{3 \cdot 8,08\angle 14,03^\circ}{2}}} \\ &\approx \frac{22,08\angle -53,66^\circ}{0,25\angle -1,42^\circ} \approx 88,32\angle -52,24^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

Una vez obtenida la tensión entre N' y N , entonces:

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= \frac{\bar{U}_{RN} - \bar{U}_{N'N}}{R} = \frac{400\angle 0^\circ - 88,32\angle -52,24^\circ}{10} \approx 35,29\angle 11,41^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_S &= \frac{\bar{U}_{SN} - \bar{U}_{N'N}}{R} = \frac{400\angle -120^\circ - 88,32\angle -52,24^\circ}{10} \approx 37,56\angle -132,57^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_T &= \frac{\bar{U}_{TN} - \bar{U}_{N'N}}{R + \frac{3 \cdot \bar{Z}_{eq}}{2}} = \frac{400\angle 120^\circ - 88,32\angle -52,24^\circ}{10 + \frac{3 \cdot 8,08\angle 14,03^\circ}{2}} \approx 22,21\angle 113,71^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Siendo la lectura del amperímetro 35,29 A.

Según la Figura 8, la lectura del voltímetro 2 se calcula como sigue:

$$\bar{U}_{OO'} = \bar{U}_{OT'} - \bar{U}_{O'T'} = \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_2 - \bar{Z}_1 \cdot \bar{I}_1 = \bar{Z}_2 \cdot \frac{\bar{U}_{R'T'}}{\frac{3}{2} \cdot \bar{Z}_2} - \bar{Z}_1 \cdot \frac{\bar{U}_{R'T'}}{\frac{3}{2} \cdot \bar{Z}_1} = 0$$

Por lo tanto

$$V_2 = |\bar{U}_{OO'}| = 0$$

De la misma forma,

$$\begin{aligned}\bar{U}_{NO'} &= R \cdot \bar{I}_S + \frac{\bar{Z}_1}{2} \cdot \bar{I}_1 - \bar{U}_{SN} = R \cdot \bar{I}_S + \frac{\bar{Z}_1}{2} \cdot \frac{\bar{U}_{R'T'}}{\frac{3}{2} \cdot \bar{Z}_1} - \bar{U}_{SN} \\ &= R \cdot \bar{I}_S - \frac{\bar{Z}_{eq}}{2} \cdot \bar{I}_T - \bar{U}_{SN} \\ &= 10 \cdot 37,56\angle -132,57^\circ - \frac{8,08\angle 14,03^\circ}{2} \cdot 22,21\angle 113,71^\circ - 400\angle -120^\circ \\ &\approx 1,43\angle -54,33^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

Siendo la lectura del voltímetro 1

$$V_1 = |\bar{U}_{NO'}| = 1,43 \text{ V}$$