

MARÍA CARMEN ESPAÑA BOQUERA  
Doctora Ingeniera de Telecomunicación,  
Profesora Titular de Universidad de Área de Teoría de la Señal  
y Comunicaciones

# COMUNICACIONES ÓPTICAS

Conceptos esenciales y resolución de ejercicios



© María Carmen España Boquera, 2005

Reservados todos los derechos.

«No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del Copyright.»

Ediciones Díaz de Santos, S. A.  
Juan Bravo, 3-A. 28006 MADRID  
España  
Internet: <http://www.diazdesantos.es>  
E-mail: [ediciones@diazdesantos.es](mailto:ediciones@diazdesantos.es)

ISBN: 84-7978-685-X  
Depósito legal: M. 6.038-2005

Diseño de cubierta: M. C. España Boquera y Ángel Calvete  
Dibujos: M. C. España Boquera  
Fotocomposición: Fernández Ciudad, S. L.  
Impresión: Fernández Ciudad, S. L.  
Encuadernación: Rústica-Hilo

---

## *Presentación*

Este libro está concebido a modo de un recorrido eficiente y funcional a través de las Comunicaciones Ópticas, el cual se acomete mediante la resolución de ejercicios originales inspirados en la praxis, contando para ello con el apoyo de una serie de síntesis de los temas y conceptos esenciales sobre la materia.

El peso específico de las Comunicaciones Ópticas dentro del ámbito de la Ingeniería de Telecomunicación no cesa de crecer. Sus aplicaciones, inicialmente dedicadas a las grandes líneas que enlazan las centrales de conmutación, alcanzan en la actualidad hasta los mismos hogares. Los progresos en este campo, con una sucesión sin tregua, no sólo se destinan a incrementar la capacidad de transmisión de los sistemas, sino a ampliar la diversidad de los procesos que sobre las señales se efectúan en el dominio óptico. Este dinamismo demanda a los profesionales del sector una revisión y actualización de sus conocimientos que les permitan resolver con soltura las cuestiones de su actividad de ingeniería. Por otra parte, durante los últimos años la importancia de las Comunicaciones Ópticas también se ha reflejado en las diferentes titulaciones de Ingenierías de Telecomunicación, cuyos planes de estudio contemplan esta materia tanto en asignaturas troncales como optativas.

A menudo, las fuentes de información disponibles abordan esta disciplina con una orientación principalmente teórica. Profesionales y estudiantes de Ingeniería, pues, frente a esta materia se encuentran unos temas que tratan fenómenos físicos complejos, abundantes en conceptos abs-

tractos y con un florido aparato matemático, pero muchas veces carentes de un visión práctica, importantísima en ingeniería, y que es, en definitiva, *lo que se exige a alumnos e ingenieros: saber resolver problemas y cuestiones relacionados con las Comunicaciones Ópticas.*

Ante esta realidad, el enfoque adoptado en este manual es diferente en su concepción, pues surge de la idea de aglutinar bajo el punto de vista pragmático la disciplina de Comunicaciones Ópticas y plasmarla, no en un libro con explicaciones meramente teóricas, sino de manera distinta:

- mediante una colección original de ejercicios inspirados en la actividad del ingeniero, los cuales son analizados, explicados y resueltos pormenorizadamente,
- sustentando dichos ejercicios con el soporte teórico necesario, gracias a unos útiles resúmenes sobre cada uno de los temas y sus conceptos esenciales.

Ambos pilares confieren a esta obra la cualidad de ser autocontenida, al tiempo que fácilmente comprensible y práctica.

El volumen se halla estructurado en seis bloques temáticos: propagación de señales en las fibras ópticas; conexiones, acoplamientos y medidas en las fibras ópticas; fotodetectores y receptores; fotoemisores; diseño de sistemas de comunicaciones ópticas básicos y sistemas avanzados de comunicaciones ópticas. Aun con de esta división general de la materia, en los capítulos subyacen vinculaciones entre los diferentes temas, pues la globalidad de los casos planteados en los ejercicios comporta que en ellos, además de manejar los conceptos específicos del tema en cuestión, se realice un análisis de conjunto y una valoración de los resultados desde el punto de vista de la ingeniería.

Para agilizar la comprensión, el aprendizaje y otorgarle mayor funcionalidad, el texto se presenta escrito en un lenguaje sencillo a la vez que preciso. Las explicaciones son claras, concisas y rigurosas. El aparato matemático aparece ordenado y con el desarrollo íntegro necesario para la obtención de los resultados requeridos.

Tengo la certeza de que estudiantes y profesionales encontrarán en este libro práctico *una vía eficiente hacia la comprensión y el conocimiento de las facetas fundamentales de las Comunicaciones Ópticas.*

---

## *Cómo utilizar este libro*

Por su concepción y estructura, este manual de Comunicaciones Ópticas permite varias alternativas de uso:

- abordaje en orden a los bloques temáticos,
- consultas puntuales,
- recorridos transversales para un término.

Los criterios didácticos adoptados facilitan al lector que se inicia en esta disciplina adentrarse en ella mediante el seguimiento de los distintos bloques temáticos en los que se ha estructurado la materia. Dentro de cada capítulo, una exposición panorámica introduce al lector en el tema tratado. A continuación se presentan, dispuestos en un orden para favorecer el acercamiento paulatino a la materia, una sucesión de los conceptos esenciales sobre la misma; de ellos, los aspectos que requieren un desarrollo teórico complementario se hallan comprendidos en los correspondientes apéndices. Seguidamente son analizados una serie de ejercicios «modelo» resueltos, con explicaciones detalladas paso a paso y acompañados del desarrollo íntegro conducente a la solución, que permiten al lector conocer la metodología aplicable. Al final de cada capítulo, se proponen unos ejercicios semejantes a los anteriores, junto a sus soluciones numéricas, con el propósito de que se efectúe cierto entrenamiento y fijación sobre el conocimiento de la materia.

Por otro lado, al presentar un enfoque de las Comunicaciones Ópticas orientado hacia la habilidad para resolver cuestiones y problemas donde entran en juego no sólo conceptos aislados, sino sus relaciones e implica-

ciones, este libro ofrece otras alternativas de uso. Así, cabe la posibilidad de efectuar consultas en las cuales la información se encuentre en diversas secciones de un mismo capítulo tratada bajo diferentes puntos de vista: en la exposición introductoria, en la sección de conceptos esenciales, como parte de un apéndice o en la resolución de varios ejercicios. Adicionalmente, pueden hallarse matices de aplicación de un mismo concepto en distintos capítulos, ya que la globalidad de los casos planteados en los ejercicios comporta que estos abarquen conjuntos de cuestiones relativas a la ingeniería de Comunicaciones Ópticas.

Además, en Comunicaciones Ópticas, como en otras disciplinas relacionadas con las nuevas tecnologías, las siglas y acrónimos han invadido multitud de escritos, obligando a conocerlos propiamente, con sus posibles relaciones, lo cual puede requerir algunas consultas puntuales.

Con el objetivo de satisfacer estas diferentes necesidades del lector, procurando mayor flexibilidad y eficiencia en la consulta de la información, se ha dotado al libro de un amplio Índice Analítico que disecciona su contenido y permite tanto la búsqueda de los aspectos más puntuales como realizar un recorrido transversal por las distintas secciones y temas donde aparezca un término específico.

---

---

## *Índice general*

<b>Presentación</b> .....	VII
<b>Cómo utilizar este libro</b> .....	IX
<b>CAPÍTULO 1. PROPAGACIÓN DE SEÑALES EN LAS FIBRAS ÓPTICAS.</b>	1
Conceptos esenciales .....	2
Ejercicios resueltos .....	17
Ejercicios propuestos .....	21
Soluciones .....	25
<b>CAPÍTULO 2. CONEXIONES, ACOPLAMIENTOS Y MEDIDAS EN LAS FIBRAS ÓPTICAS</b> .....	55
Conceptos esenciales .....	56
Ejercicios resueltos .....	58
Ejercicios propuestos .....	66
Soluciones .....	75
APÉNDICE 2.A: Haces gaussianos .....	116
APÉNDICE 2.B: Introducción a la reflectometría óptica en el dominio del tiempo (OTDR) .....	124

---

<b>CAPÍTULO 3. FOTODETECTORES Y RECEPTORES PARA COMUNICACIONES ÓPTICAS</b> .....	137
Conceptos esenciales .....	138
Ejercicios resueltos .....	159
Ejercicios propuestos .....	167
Soluciones .....	174
APÉNDICE 3.A: Receptores coherentes .....	199
<b>CAPÍTULO 4. FOTOEMISORES PARA COMUNICACIONES ÓPTICAS.</b>	207
Conceptos esenciales .....	208
Ejercicios resueltos .....	229
Ejercicios propuestos .....	234
Soluciones .....	240
APÉNDICE 4.A: Ecuaciones de tasa para el láser de semiconductor.	262
<b>CAPÍTULO 5. DISEÑO DE SISTEMAS DE COMUNICACIONES ÓPTICAS.</b>	275
Conceptos esenciales .....	276
Ejercicios resueltos .....	279
Ejercicios propuestos .....	283
Soluciones .....	289
<b>CAPÍTULO 6. SISTEMAS AVANZADOS DE COMUNICACIONES ÓPTICAS</b> .....	303
Conceptos esenciales .....	305
Ejercicios resueltos .....	333
Ejercicios propuestos .....	340
Soluciones .....	347
<b>Índice analítico</b> .....	371



## CAPÍTULO

# 1

## *Propagación de señales en las fibras ópticas*

La fibra óptica constituye el medio de transmisión por antonomasia para los sistemas de comunicaciones ópticas. Desde sus primeras instalaciones, en las líneas que enlazaban las grandes centrales de conmutación, la fibra se está trasladando hoy en día hasta los mismos hogares, extendiéndose su uso a un mayor abanico de aplicaciones.

Este papel destacado de las fibras es debido a sus muchas propiedades favorables, entre las que merecen destacarse:

- gran capacidad de transmisión (por la posibilidad de emplear pulsos cortos y bandas de frecuencias elevadas),
- reducida atenuación de la señal óptica,
- inmunidad frente a interferencias electromagnéticas,
- cables ópticos de pequeño diámetro, ligeros, flexibles y de vida media superior a los cables de conductores,
- bajo coste potencial, a causa de la abundancia del material básico empleado en su fabricación (óxido de silicio).

Una fibra óptica se comporta como una guíaonda dieléctrica, con la particularidad de poseer una geometría cilíndrica. En su configuración más extendida (fibra de índice abrupto o de salto de índice), se halla formada por un núcleo cilíndrico de material dieléctrico rodeado por otro material dieléctrico con un índice de refracción ligeramente inferior (cubierta de la fibra). La guíaonda así establecida facilita que las señales se propaguen de manera confinada en su interior.

Del análisis electromagnético de la propagación de las señales en las fibras se desprenden los posibles modos del campo que ésta es capaz de guiar. La propiedad de guiar o bien uno o bien múltiples de estos modos permite establecer una clasificación básica de las fibras: una fibra recibe el calificativo de multimodo cuando a través de ella pueden propagarse varios modos; se dice que una fibra es monomodo si sólo admite la propagación del modo fundamental.

Ahora bien, esta propagación de las señales a través del medio-fibra trae apareada una interacción con las partículas (átomos, iones, moléculas...) y accidentes (variaciones locales del índice de refracción, curvaturas, imperfecciones, etc.) existentes en el mismo, que se manifiesta en una atenuación y en una dependencia de la constante de propagación con respecto a la frecuencia o la polarización. Ambos fenómenos son causantes de una degradación de las señales que afecta negativamente a la comunicación, imponiendo límites a la longitud de los enlaces o al régimen binario alcanzable. La repercusión de estos mecanismos de degradación depende del diseño concreto de la fibra (material, geometría...) y, especialmente, de la longitud de onda de operación, condicionando, por consiguiente, la elección de uno y otra.

Con el propósito de ofrecer una visión de conjunto de los principales aspectos relacionados con la propagación de señales en las fibras ópticas, en este primer capítulo se recopilan ejercicios que abarcan los temas relacionados a continuación:

- clasificación de las fibras (monomodo/multimodo),
- atenuación de las señales,
- tipos de dispersión y sus efectos.

## CONCEPTOS ESENCIALES

**Atenuación:** Disminución de la potencia de la señal a medida que ésta se propaga. En una fibra óptica, y para un determinado modo de propagación, dicha reducción de la potencia se produce de manera exponencial con respecto a la longitud recorrida. Al expresar esta relación en unidades logarítmicas (decibelios), se obtiene que la atenuación es proporcional a la distancia. La constante de proporcionalidad, denominada constante de atenuación, tiene unidades de dB/km.

En las fibras multimodo, la constante de atenuación de cada modo individual es diferente; por ello, la constante de atenuación especificada se

refiere a un promedio ponderado de los valores asociados a los modos que componen la señal, suponiendo que se ha alcanzado una situación de equilibrio. Esta última se define como la situación en la cual la proporción de potencia transportada por cada modo se mantiene con la distancia.

La atenuación depende de la longitud de onda de operación. Para las fibras de óxido de silicio convencionales, ésta es mínima alrededor de 1550 nm.

**Ángulo de aceptación,  $\theta_a$ :** Aplicado a una fibra multimodo, este parámetro aporta información sobre el ángulo máximo que pueden formar, con respecto a su eje geométrico, los rayos de un haz luminoso a la entrada de la fibra, de forma que sean capaces de propagarse a través de ella.

**Apertura numérica, AN:** La apertura numérica, parámetro característico de las fibras ópticas de salto de índice, se define como  $AN = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ , siendo  $n_1$  y  $n_2$  los índices de refracción del núcleo y de la cubierta de la fibra, respectivamente. En las fibras multimodo, y para una incidencia desde el vacío, la apertura numérica se halla relacionada con el ángulo de aceptación:  $\sin \theta_a = AN$ ; así pues, posee un significado semejante a él.

Por extensión, la apertura numérica se aplica también a las fibras monomodo, aunque en este caso se trata de un número sin significado físico directo.

**Frecuencia normalizada, V:** Parámetro auxiliar adimensional empleado en el estudio electromagnético y de propagación de las fibras ópticas. Se relaciona con características físicas de la fibra (radio del núcleo,  $a$ , y apertura numérica, AN) y con la longitud de onda de operación,  $\lambda$ , de la manera siguiente:

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a AN$$

El valor de su frecuencia normalizada permite discriminar si una fibra opera en régimen monomodo o multimodo. En líneas generales, cuanto mayor es el valor de  $V$ , mayor es también el número de modos que una fibra es capaz de guiar.

**Frecuencia normalizada de corte,  $V_c$ :** Valor de la frecuencia normalizada que marca el límite entre el régimen monomodo o multimodo de operación de las fibras ( $V_c = 2,405$ ). Si la frecuencia normalizada de una fibra

se halla por debajo del valor de corte ( $V \leq V_c$ ), la fibra posee un único modo; en caso contrario ( $V > V_c$ ), la fibra es multimodo.

**Diferencia relativa de índices,  $\Delta$ :** Este parámetro adimensional, propio de las fibras de salto de índice, se define como:

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}$$

Cuando la diferencia entre los índices de refracción del núcleo y la cubierta es pequeña,  $\Delta$  puede aproximarse por:

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

**Ventanas de transmisión:** Regiones del espectro donde las características de transmisión de las fibras se presentan más favorables, por ejemplo, donde su atenuación es más reducida.

La primera ventana se encuentra centrada alrededor de 850 nm. Los primeros sistemas de transmisión por fibra operaron en esta ventana, debido a la disponibilidad de fuentes y fotodiodos funcionando a estas longitudes de onda. La constante de atenuación de la fibra en esta ventana es del orden de 2 a 5 dB/km.

La segunda ventana se ubica cerca de la longitud de onda de 1310 nm, región de mínima dispersión para las fibras de salto de índice estándar. En esta ventana, la fibra posee una constante de atenuación de unos 0,5 dB/km.

La tercera ventana, o ventana de mínima atenuación (0,2 dB/km), corresponde a las longitudes de onda próximas a 1550 nm.

**Velocidad de fase:** Velocidad a la que avanza la fase de una onda plana monocromática propagándose en un medio lineal, isotrópico, homogéneo e infinito.

Si se considera que dicha onda, de frecuencia  $\nu$ , se propaga en sentido positivo según el eje  $z$ , y que se halla polarizada en la dirección del eje  $x$ , su expresión (coordenada en  $x$ ) en notación compleja es la siguiente:

$$e_x = E_x \exp[j(\omega t - kz)], \quad \text{con } \omega = 2\pi\nu$$

La constante  $k$  se denomina *constante de fase* o *número de onda*. Un observador que «viajase con la onda», vería su fase constante:

$$\omega t - kz = cte$$

La velocidad de la fase se obtiene entonces como:

$$v_f = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

**Longitud de onda:** Para una onda plana monocromática, se define la longitud de onda como la distancia entre dos crestas sucesivas en un instante de tiempo determinado. «Congelando» la onda en el tiempo ( $t = cte.$ ) y observando la separación entre dos crestas, se llega a que:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

Cuando la radiación es cuasimonocromática (anchura espectral reducida, si se compara con los valores absolutos de la frecuencia), la longitud de onda proporcionada se refiere al valor central.

Habitualmente, y si no se indica lo contrario, la longitud de onda de una radiación se especifica con respecto al vacío, y se encuentra únicamente relacionada con la frecuencia a través de la velocidad de la luz en el vacío:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

**Índice de refracción:** El índice de refracción de un material se define como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de fase en ese medio:

$$n = \frac{c}{v_f}$$

La longitud de onda en el medio se relaciona con la longitud de onda en el vacío a través del índice de refracción:  $\lambda/n$ .

**Vector de onda:** Una expresión más general para cualquiera de las componentes vectoriales de una onda monocromática (aplicable, por ejemplo, a una onda en un medio guiado) es la siguiente:

$$e(r, t) = E(r)\exp[j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})],$$

donde  $\vec{r}$  es el vector de posición y  $\vec{k}$  es conocido como vector de onda.

**Constante de propagación,  $\beta$ :** Componente del vector de onda en la dirección de propagación.

Para una onda plana monocromática, la constante de propagación coincide con el número de onda.

**Medio dispersivo:** En el ámbito electromagnético, se dice que un medio es dispersivo cuando su respuesta ante la presencia de un campo eléctrico no es instantánea. En tal caso, el vector densidad de polarización guarda una relación dinámica «con memoria» con respecto al vector de campo eléctrico.

Como consecuencia de esta propiedad, en un medio lineal, homogéneo e isotrópico, pero dispersivo, la constante de fase de una onda plana monocromática depende de su frecuencia. Si la onda no es monocromática, cada una de sus componentes espectrales experimenta un retardo distinto al propagarse en el medio. Esta diferencia de retardos puede ser causa de una distorsión de la señal.

La fibra óptica es un ejemplo de medio dispersivo. Los efectos concretos de la dispersión sobre los pulsos transmitidos a través de una fibra dependen de varios factores, como la forma, duración y potencia del pulso, la anchura espectral de la fuente, la distancia recorrida o el tipo de fibra empleada.

**Dispersión («scattering»):** Una acepción distinta para el término «dispersión» —correspondiente en este caso al vocablo inglés «scattering»— es el esparcimiento o cambio de dirección de la luz en múltiples ángulos durante su propagación a través de un medio transparente.

En una fibra óptica, los mecanismos causantes de la dispersión son diversos, aunque, en términos generales, se hallan relacionados con imperfecciones o carencias puntuales de homogeneidad, bien de la estructura de la fibra, bien del material que la conforma.

Una consecuencia importante de los procesos dispersión es la atenuación de la señal, debida a que la radiación dispersada se acopla a modos distintos del original, muchos de ellos radiantes.

Ciertos mecanismos de dispersión, como la dispersión de Rayleigh o la de Mie, se comportan de manera lineal, en el sentido de que no generan componentes de frecuencia distintas a las constituyentes de la señal original. Por el contrario, las dispersiones de Raman o de Brillouin son de naturaleza no lineal.

En particular, la dispersión de Rayleigh es el proceso físico subyacente a la operación de los equipos de medida conocidos como «reflectómetros ópticos en el dominio del tiempo» (ver Apéndice 2.B).

**Velocidad de grupo,  $v_g$ , y retardo de grupo,  $\tau_g$ :** Las ondas reales no son monocromáticas; por este motivo, a ellas no es aplicable como tal la velocidad de fase. Si se considera la onda constituida por una portadora modulada por la señal de información (envolvente), puede demostrarse que la portadora se propaga a la velocidad de fase, mientras que la envolvente lo hace a una velocidad distinta, la cual se ha denominado *velocidad de grupo*.

Supóngase que una portadora de frecuencia  $\omega_0$  es modulada por un pulso,  $f(t)$ , cuya variación en el tiempo es lenta si se compara con la frecuencia de la portadora —desde el punto de vista espectral, ello significa que la anchura del espectro es reducida en comparación con  $\omega_0$ —. En relación a esta señal, interesa conocer cómo le afecta la propagación a través de un medio dispersivo en una distancia  $z$  arbitraria.

La expresión de la señal en el origen de coordenadas, en notación fasorial, es la siguiente:

$$E(z = 0, t) = f(t)\exp(j\omega_0 t)$$

Puesto que cada componente espectral de la señal experimenta un retardo distinto en el medio, de cara al análisis conviene escribir esta última en términos de su descomposición en frecuencias, por medio de la transformada de Fourier:

$$E(z = 0, t) = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} F(\Omega) \exp(j\Omega t) d\Omega \right] \exp(j\omega_0 t),$$

siendo  $F(\Omega)$  la transformada de Fourier de  $f(t)$ , y  $\Omega$ , la separación en frecuencia con respecto a  $\omega_0$ .

Cada una de las componentes espectrales se propaga con una constante  $\beta(\omega_0 + \Omega)$ , de manera que tras recorrer una distancia  $z$  la señal  $E(z, t)$  resulta:

$$E(z, t) = \exp(j\omega_0 t) \int_{-\infty}^{\infty} F(\Omega) \exp(j\Omega t) \cdot \exp[-j\beta(\omega_0 + \Omega)z] d\Omega$$

Al cumplirse que  $\Omega \ll \omega_0$  (envolvente lentamente variable), la constante de propagación  $\beta$  puede reemplazarse por su desarrollo en serie de Taylor alrededor de  $\omega_0$ :

$$\beta(\omega_0 + \Omega) \approx \beta(\omega_0) + \frac{d\beta}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \Omega + \frac{1}{2} \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0} \Omega^2 + t.o.s.,$$

donde los términos de orden superior (t.o.s.) se han supuesto despreciables.

$$\text{Llamando } \beta_0 = \beta(\omega_0), \quad \beta_1 = \frac{d\beta}{d\omega} \Big|_{\omega_0}, \quad \beta_2 = \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0},$$

y sustituyendo el anterior resultado en la expresión de  $E(z, t)$ :

$$E(z, t) = \exp[j(\omega_0 t - \beta_0 z)] \int_{-\infty}^{\infty} F(\Omega) \exp[j\Omega(t - \beta_1 z)] \cdot \exp\left[-j\beta_2 \frac{\Omega^2}{2} z\right] d\Omega$$

Tal y como puede observarse, la portadora viaja a la velocidad de fase, igual a  $\omega_0/\beta_0$ .

Por otra parte, si el parámetro  $\beta_2$  es cero, el último término en el interior de la integral se hace igual a la unidad. En ese caso, la envolvente mantiene su forma original y tan sólo sufre un retardo  $\tau = \beta_1 z$ . La velocidad a la que se ha propagado la envolvente,  $\beta_1$ , es conocida como *velocidad de grupo* y se define formalmente como:

$$v_g = \left( \frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1}$$

De la misma manera, el retardo experimentado es denominado *retardo de grupo* y, para una distancia recorrida  $L$ , se relaciona con la velocidad de grupo como sigue:

$$\tau_g = \frac{L}{v_g} = L \frac{d\beta}{d\omega}$$



El parámetro  $\beta_2$  recibe el nombre de *parámetro de dispersión*, y cuando es distinto de cero la señal moduladora acusa una distorsión —por ejemplo, un ensanchamiento del pulso—.

Nótese que, en sentido estricto, un valor de  $\beta_2$  nulo no es condición suficiente para la ausencia de distorsión, sino que también deberían anularse los restantes términos de orden superior de la serie de Taylor. Este último requisito exige que la relación entre la constante de propagación  $\beta$  y la frecuencia  $\omega$  sea estrictamente lineal o, dicho de otro modo, que la velocidad de grupo no dependa de la frecuencia.

**Índice de grupo:** Análogamente al índice de refracción, se define el índice de grupo como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de grupo:

$$n_g = \frac{c}{v_g}$$

**Coefficiente de dispersión:** Coeficiente característico de un medio dispersivo, directamente relacionado con el parámetro de dispersión  $\beta_2$ . Su significado físico se explica en las líneas inferiores.

Cuando la velocidad de grupo es función de la frecuencia, el retardo de grupo experimentado por dos componentes espectrales de la envolvente al recorrer una distancia  $L$  es distinto. En el caso de que la envolvente corresponda a un pulso —tal y como se supuso en el análisis previo— la diferencia de retardos aportará información sobre el posible ensanchamiento que éste manifestará.

Considerando, en una primera simplificación, que el retardo de grupo (como función de la frecuencia) puede aproximarse por los términos de orden inferior de su desarrollo en serie de Taylor:

$$\tau_g(\omega_0 + \Omega) \approx \tau_g(\omega_0) + \left. \frac{d\tau_g}{d\omega} \right|_{\omega_0} \Omega$$

La diferencia de retardos entre dos componentes de frecuencias  $(\omega_0 + \Omega_1)$  y  $(\omega_0 + \Omega_2)$ , tales que  $(\Omega_2 - \Omega_1) = \Delta\Omega$ , será:

$$\Delta\tau_g = \tau_g(\Omega_2) - \tau_g(\Omega_1) = \left. \frac{d\tau_g}{d\omega} \right|_{\omega_0} \Delta\Omega = L \left. \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} \Delta\Omega$$

Si la separación entre las componentes se escribe en función de la longitud de onda,  $\Delta\lambda$ :

$$\Delta\tau_g = L \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0} \Delta\lambda \left( \frac{-\omega^2}{2\pi c} \right)$$

Normalizando la diferencia de retardos con respecto a la distancia de propagación y con respecto a la diferencia de longitudes de onda, se obtiene el denominado coeficiente de dispersión:

$$D = \frac{\Delta\tau_g}{L\Delta\lambda} = \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \left( \frac{-\omega^2}{2\pi c} \right)$$

Una fórmula equivalente para el coeficiente de dispersión, pero proporcionada como una función de la longitud de onda, es la siguiente:

$$D = -\frac{1}{2\pi c} \left[ 2\lambda \frac{d\beta}{d\lambda} + \lambda^2 \frac{d^2\beta}{d\lambda^2} \right]$$

El coeficiente de dispersión,  $D$ , suele facilitarse en unidades de ps/(km · nm) y puede interpretarse como la diferencia de retardos por unidad de longitud recorrida y por unidad de anchura espectral de la señal.

**Dispersión intramodal o cromática:** Este tipo de dispersión se debe a que, para un mismo modo de la fibra, la constante de propagación,  $\beta$ , depende de la frecuencia de forma no lineal.

Las contribuciones a la dispersión intramodal son la dispersión debida al material y la dispersión a causa de la guíaonda. El correspondiente coeficiente de dispersión puede obtenerse como la suma de los coeficientes asociados a ambas aportaciones:  $D = D_{MAT} + D_W$ .

**Dispersión material:** Se produce este tipo de dispersión en los medios materiales —guiados o no— cuyo índice de refracción depende de la frecuencia:  $n(\nu)$ , o, equivalentemente, de la longitud de onda:  $n(\lambda)$ . Para cuantificarla, se emplea el coeficiente de dispersión material:  $D_{MAT}$  (ps/(km · nm)).

En un medio dispersivo homogéneo e infinito, la constante de propagación de una onda plana monocromática depende de su longitud de onda, siendo esta dependencia:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} n(\lambda)$$

El coeficiente de dispersión asociado a este fenómeno es, aplicando la definición obtenida previamente,

$$D_{MAT} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$$

Adviértase que la anterior fórmula para el cálculo del coeficiente de dispersión material ha sido obtenida bajo la premisa de onda plana en un medio no guiado. No obstante, por extensión, y bajo ciertas condiciones (ej. guiado débil), suele aplicarse a medios guiados, como la fibra óptica.

**Índice de refracción efectivo:** La distribución de campo electromagnético en el interior de una fibra correspondiente a un modo de propagación no queda totalmente confinada en el núcleo, sino que se extiende en parte hacia la cubierta. La constante de propagación del modo,  $\beta$ , no coincide, pues, con la que tendría una onda plana monocromática viajando en un medio de índice de refracción igual al del núcleo de la fibra,  $n_1$ , y que sería  $\beta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} n_1$ . En lugar de ello, la constante de propagación se encuentra entre los valores para el núcleo y para la cubierta:

$$\frac{2\pi}{\lambda} n_2 < \beta < \frac{2\pi}{\lambda} n_1$$

Por analogía con la relación que guardan el índice de refracción y la constante de propagación en las ondas planas monocromáticas, se define el índice efectivo para un modo guiado, como:

$$n_e = \beta \frac{\lambda}{2\pi}$$

**Constante de propagación normalizada:** Constante utilizada, junto a la frecuencia normalizada, en el estudio teórico de la propagación en las fibras, con el propósito de independizar el resultado de la estructura física concreta. Se define en relación a la constante de propagación,  $\beta$ , de la siguiente manera:

$$b = \frac{\beta^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} n_2\right)^2}{\left(\frac{2\pi}{\lambda} n_1\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} n_2\right)^2}$$

La normalización se invierte tal y como se escribe a continuación:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 [1 + b\Delta],$$

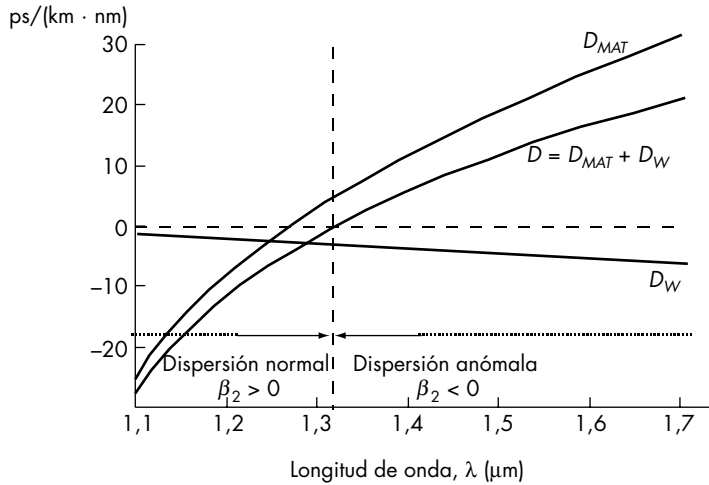
siendo  $\Delta$  la diferencia relativa de índices.

La constante  $b$  es un parámetro universal de las fibras, pues, dado un perfil de índices, sólo depende de la frecuencia normalizada,  $V$ , y no de características físicas concretas de cada fibra. La función  $b(V)$  se obtiene mediante resolución numérica de la ecuación característica de la fibra.

**Dispersión de guiado:** Para un modo de propagación determinado, la proporción de energía que viaja en el núcleo de la fibra depende de la frecuencia. A mayor frecuencia, mayor grado de confinamiento. Por este motivo, el índice efectivo  $\sigma$ , similarmente, la constante de propagación del modo,  $\beta$ , es función de la frecuencia. Ello origina una dispersión, conocida como dispersión de guiado o dispersión por la guíaonda.

La expresión para el cálculo del coeficiente de dispersión de guiado,  $D_w$ , se deduce aplicando la fórmula general para la dispersión a la constante de propagación  $\beta$ —esta última dada en función de  $b$ —. El resultado se presenta seguidamente:

$$D_w = -\frac{n_2 \Delta}{c\lambda} \left( V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \right)$$



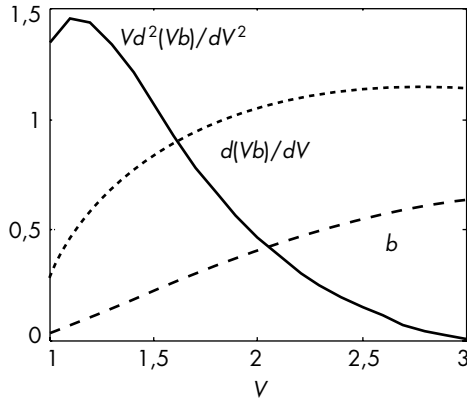
**Figura 1.1.** Coeficientes de dispersión para una fibra monomodo estándar.

Fíjese el lector en que los razonamientos y resultados anteriores son ciertos incluso si se ignora la dependencia que con respecto a la frecuencia presentan en sí mismos los índices de refracción.

En relación a la dispersión por la guíaonda, caben dos comentarios:

- en primer lugar, para valores de  $V$  elevados, como los presentados por las fibras multimodo, esta clase de dispersión es despreciable;
- en segundo lugar, para el modo fundamental  $D_W$  toma valores negativos, mientras que el coeficiente de dispersión material,  $D_{MAT}$ , adquiere valores tanto positivos como negativos. En consecuencia, a ciertas frecuencias la suma de ambos coeficientes será nula y se producirá un efecto de mutua cancelación. Este hecho se muestra en la Figura 1.1 para una fibra monomodo estándar.

**Parámetros universales de una fibra monomodo:** Serie de parámetros cruciales en el estudio de las fibras monomodo, caracterizados por poseer un valor que únicamente depende de la frecuencia normalizada. Este grupo de parámetros se representa en la Figura 1.2 para el modo fundamental de una fibra de salto de índice, en el rango ordinario de valores de  $V$ .



**Figura 1.2.** Parámetros universales del modo fundamental.

**Fibra de dispersión desplazada (DSF, «Dispersion-Shifted Fiber»):** Fibra monomodo especialmente diseñada para que su coeficiente de dispersión sea cero a la longitud de onda de mínima atenuación (1550 nm).

Cuando se opera con niveles de potencia altos, esta fibra presenta el inconveniente de favorecer ciertos fenómenos no lineales (ej. mezcla de cuatro ondas o FWM, «Four Wave Mixing»). Dichos fenómenos no lineales tienen como consecuencia el traspaso de potencia a longitudes de onda distintas de la original y, por esta razón, son particularmente perjudiciales cuando a través de la fibra se transmiten varios canales multiplexados en longitud de onda, pues provocan diafonía.

En las fibras monomodo convencionales, dichos efectos interferentes se ven dificultados porque, a causa de la dispersión, las señales en cada uno de los canales se propagan a distinta velocidad.

**Fibra de dispersión desplazada no nula (NZ-DSF, «Nonzero Dispersion-Shifted Fiber»):** Fibra monomodo de reducida dispersión, aunque no nula, en las proximidades de 1550 nm (entre 1 y 6 ps/(km · nm)). Su propósito es disminuir los citados inconvenientes de las fibras DSF, ya que, como se ha explicado, los efectos no lineales se ven aminorados cuando existe al menos una ligera dispersión.

**Fibra de dispersión aplanada:** Fibra monomodo caracterizada por poseer un coeficiente de dispersión aproximadamente igual dentro de un amplio rango de longitudes de onda.

**Dispersión intermodal:** La dispersión intermodal tiene lugar en las fibras multimodo a causa de los distintos trayectos recorridos por los rayos que viajan a través de la fibra o, equivalentemente, a causa de las distintas constantes de propagación de los correspondientes modos. Su consecuencia es un ensanchamiento de los pulsos transmitidos a medida que éstos se propagan. El ensanchamiento de los pulsos se traduce en un mayor solapamiento de los mismos, que puede ser causante de interferencia entre símbolos a la entrada del receptor. Por todo ello, la dispersión intermodal limita o bien el régimen binario o bien la longitud del enlace.

**Estado de la polarización:** Para el modo fundamental de la fibra, existen dos soluciones linealmente independientes y con polarizaciones ortogonales entre sí: una solución polarizada linealmente a lo largo del eje  $x$ , y otra, según el eje  $y$ . Puesto que la ecuación de onda es lineal, cualquier combinación de estos dos campos es también una solución y, por consiguiente, un modo fundamental de la fibra.

El estado de la polarización se refiere al reparto de la energía de la señal entre los dos posibles modos de polarización. Durante la propagación a través de la fibra, el estado de la polarización es susceptible de cambios; por ejemplo, la presencia de una curva puede causar transferencia de energía de un modo de polarización a otro.

**Dispersión por la polarización del modo:** En la situación ideal —fibra perfectamente circular— los dos modos de polarización son degenerados, es decir, poseen la misma constante de propagación; por ello, a pesar de la existencia de dos modos de polarización, la fibra es denominada monomodo. En la práctica, las fibras no son perfectamente circulares, sino ligeramente elípticas. Como resultado de ello, cada modo de polarización presenta una constante de propagación algo distinta; esto es: las fibras son birrefringentes.

Incluso si se excita uno solo de los modos, el estado de la polarización puede cambiar (por ejemplo, debido a la existencia de curvas en el trayecto) y la energía de la señal terminar repartida entre ambos modos. Puesto que cada modo viaja a distinta velocidad, se produce un fenómeno de dispersión, semejante a la dispersión intermodal, que recibe el nombre de *dispersión por la polarización del modo*.

Cuando las tasas binarias de transmisión son reducidas, los efectos de los otros tipos de dispersión prevalecen sobre la dispersión por la polarización del modo; sin embargo, cuando se opera a regímenes elevados (decenas de Gbits/s), esta última comienza a hacerse patente.

Por otra parte, las constantes de propagación de cada modo de polarización no son fijas, sino que fluctúan a lo largo del recorrido del enlace. Adicionalmente, la temperatura y otras condiciones ambientales, todas ellas variables en el tiempo, afectan al estado de polarización del modo. En consecuencia, la dispersión por la polarización es de naturaleza aleatoria, haciéndose necesarios análisis estadísticos y medidas *in situ* para cuantificar su repercusión.

**Modulación OOK («On-Off Keying»):** Esquema de modulación consistente en la emisión de luz («on») o la ausencia de ésta («off»), en función de si el dato que se transmite es un bit «1» o un bit «0», respectivamente.

Cuando el pulso asociado a un «1» ocupa sólo una fracción del intervalo de bit, el formato de modulación recibe el nombre de *retorno a cero* o RZ («Return-to-Zero»), pues la transmisión de dos bits «1» consecutivos supone el paso por el nivel de «0».

Al contrario, en el formato de *no retorno a cero* (NRZ, «Non-Return-to-Zero») el pulso abarca el intervalo de bit completo, de suerte que, si se producen dos o más bits «1» sucesivos, la señal mantiene el nivel alto incluso durante las transiciones.



## EJERCICIOS RESUELTOS

### □ Ejercicio 1.1

- a) Explicar el mecanismo que origina la dispersión intermodal en las fibras ópticas de salto de índice, y demostrar que la expresión de la anchura eficaz del pulso a la salida de una fibra cuando se produce este tipo de dispersión es la siguiente:

$$\sigma = \frac{AN^2L}{4\sqrt{3}n_1c}$$

- b) Deducir una expresión general para el producto ancho de banda  $\times$  distancia de una fibra en función de la anchura eficaz de los pulsos después de su propagación.
- c) Se desea establecer un enlace óptico punto a punto que funcione a una longitud de onda de 800 nm. Para ello se dispone de una fibra de salto de índice con las características especificadas a continuación:

$n_1 = 1,5$  (índice de refracción del núcleo)

$\Delta = 0,01$  (diferencia relativa de índices)

$a = 50 \mu\text{m}$  (radio del núcleo)

$\alpha = 2 \text{ dB/km}$  (atenuación)

$$\frac{d^2n}{d\lambda^2} = 0,045 \mu\text{m}^{-2} \text{ (a } 800 \text{ nm)}$$

La fuente óptica que se va a utilizar es un LED emisor de superficie (diagrama de radiación lambertiano), cuya anchura espectral es de 40 nm (valor expresado como desviación típica) y que emite una potencia de 3 mW.

Por otro lado, el receptor presenta una sensibilidad de  $-30 \text{ dBm}$ .

No existen empalmes intermedios entre fibras, y las pérdidas introducidas por las conexiones a los equipos transmisor y receptor en los extremos del enlace son de 0,2 dB por conexión.

- c.1) ¿Qué mecanismos de dispersión son los predominantes en este tipo de fibra? Obtener el producto ancho de banda  $\times$  distancia de la fibra.

- c.2) Para un régimen binario de 1,2 Mbits/s y modulación OOK-RZ («On-Off Keying - Return to Zero»), determinar la máxima distancia que puede alcanzar el enlace, sin utilizar repetidores, teniendo en cuenta las limitaciones debidas a la dispersión y a las pérdidas (atenuación, acoplamiento de la fuente...).

### ❑ Ejercicio 1.2

Se desea establecer un enlace de comunicaciones digitales mediante fibra óptica entre dos puntos que distan 100 km. Para ello se dispone de dos fibras diferentes entre las cuales escoger, cuyas características se resumen en la Tabla 1.1.

**Tabla 1.1.** Resumen de características de las fibras ópticas disponibles

Parámetro	Fibra 1	Fibra 2
$\alpha$ (atenuación)	0,3 dB/km	0,22 dB/km
$\Delta$ (diferencia relativa de índices)	1%	1%
$n_1$ (índice de refracción del núcleo)	1,44	1,36
$a$ (radio del núcleo)	2,7 $\mu\text{m}$	3 $\mu\text{m}$
$\left. \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right _{\lambda=1550 \text{ nm}}$	-0,005 $\mu\text{m}^{-2}$	-0,005 $\mu\text{m}^{-2}$

Como fuente, se tiene previsto utilizar un diodo láser emitiendo a una longitud de onda de 1550 nm. El formato de modulación escogido es de tipo OOK-RZ («On-Off Keying - Return to Zero»), de manera que por cada bit «1» el láser generará un pulso gaussiano, mientras que un bit «0» supondrá la ausencia de pulso emitido.

La pretensión es diseñar un enlace con las mayores prestaciones en cuanto a régimen binario. Así pues, se solicita:

- a) Calcular, para cada una de las fibras propuestas, el máximo régimen binario al que es posible realizar la transmisión, atendiendo a las limi-

taciones impuestas por los efectos de la dispersión. Considérense las siguientes alternativas con respecto a la fuente empleada:

- a.1) Diodo láser con una anchura espectral eficaz —desviación típica— igual a 5 nm.
- a.2) Diodo láser de alta coherencia modulado externamente, de tal modo que los pulsos gaussianos no presentan modulación de frecuencia (*chirp*).
- a.3) Diodo láser de alta coherencia modulado directamente en corriente y que genera, como consecuencia de ello, pulsos con una modulación lineal de frecuencia o *chirp* negativo. Supóngase que el parámetro de *chirp* es  $C = -2$ .
- a.4) Diodo láser de alta coherencia, y pulsos con un *chirp* igual en módulo al del apartado anterior, pero de signo positivo.

Para un receptor ideal (eficiencia cuántica unidad), en ausencia de interferencia entre símbolos a su entrada y suponiendo predominante el ruido de tipo *shot*, puede demostrarse que la sensibilidad —potencia promedio mínima necesaria en los bits «1»— guarda la siguiente relación con el ancho de banda,  $B$  (ver Ejercicio 3.9):

$$P_1(\text{dBm}) = 10 \log \left( \frac{Q^2 2hc}{\lambda} \right) + 10 \log B + 30,$$

donde  $Q$  es un parámetro dependiente de la probabilidad de error permitida, y  $h$ , la constante de Planck ( $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ).

- b) Si la probabilidad de error tolerada es de  $10^{-12}$  (para la cual  $Q = 7$ ), determinar la potencia mínima que se precisa acoplar desde la fuente a la fibra, suponiendo el receptor ideal. Se tomará como criterio válido a la hora de dimensionar el ancho de banda del receptor que, para la correcta recuperación de los pulsos, éste debe ser igual, al menos, a cuatro veces el régimen binario.
- c) A la luz de los resultados obtenidos en los apartados anteriores, indicar, de manera razonada, qué fibra y qué fuente óptica ofrecen unas condiciones de transmisión más favorables.

DATOS:

$$\text{Coeficiente de dispersión por la guíaonda: } D_w = -\frac{n_2 \Delta}{c \lambda} \left( V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \right)$$

**Tabla 1.2.** Parámetros universales de una fibra monomodo en el rango de  $V$  desde 1,8 a 2,6

$V$	$b$	$b_1 = \frac{d(Vb)}{dV}$	$b_2 = V \frac{d^2(Vb)}{dV^2}$
1,8	0,347	1,006	0,664
1,9	0,383	1,039	0,556
2,0	0,416	1,065	0,462
2,1	0,448	1,086	0,380
2,2	0,477	1,102	0,309
2,3	0,504	1,114	0,248
2,4	0,530	1,124	0,195
2,5	0,554	1,131	0,150
2,6	0,576	1,136	1,110

## EJERCICIOS PROPUESTOS

### ○ Ejercicio 1.3

Se pretende establecer un enlace óptico punto a punto, que cubra una distancia de 10 km. El sistema operará a una longitud de onda de 850 nm y para su realización se ha planificado emplear los componentes que a continuación se mencionan:

— Una fibra óptica con las siguientes características:

$$n_1 = 1,5 \text{ (índice de refracción del núcleo),}$$

$$\Delta = 0,01 \text{ (diferencia relativa de índices),}$$

$$a = 50 \mu\text{m} \text{ (radio del núcleo),}$$

$$\alpha = 1,8 \text{ dB/km (atenuación a 850 nm),}$$

$$\frac{d^2n}{d\lambda^2} = 0,045 \mu\text{m}^{-2} \text{ (a 850 nm)}$$

— Un LED emisor de superficie (diagrama de radiación lambertiano), cuya anchura espectral es 40 nm (valor expresado como desviación típica).

— Un receptor óptico con una sensibilidad de  $-30$  dBm.

- a) Indicar cuáles son los mecanismos de dispersión predominantes en la fibra óptica.
- b) Obtener el ensanchamiento de un pulso a la salida de la fibra.  
(Sol:  $\sigma = 151,25$  ns).
- c) Calcular el régimen de transmisión de pulsos RZ máximo permitido.  
(Sol:  $B_T = 1,3$  Mbits/s).
- d) Determinar la potencia mínima, expresada en mW, que debe emitir la fuente, teniendo en cuenta que el enlace se compone de segmentos de fibra de 1 km de longitud unidos entre sí mediante empalmes cuyas pérdidas son, en promedio, de 0,1 dB. La unión de la fibra a los equipos transmisor y receptor se efectúa mediante sendos conectores, con pérdidas de inserción de 0,3 dB.  
(Sol:  $P = 2,06$  mW).

### ○ Ejercicio 1.4

El coeficiente de dispersión diferencial o pendiente de dispersión,  $S$ , se define como:

$$S = \frac{dD}{d\lambda}$$

Demostrar que su relación con los parámetros de dispersión de primer y segundo orden es la siguiente:

$$S = \frac{4\pi c}{\lambda^2} \beta_2 + \left( \frac{2\pi c}{\lambda^2} \right)^2 \beta_3$$

### ○ Ejercicio 1.5

Un equipo de ingenieros es responsable de planificar la instalación de un enlace de fibra óptica. Dicho enlace debe operar en la tercera ventana, alrededor de la longitud de onda de 1550 nm. Por otro lado, el formato de modulación escogido es de tipo OOK-RZ («On-Off Keying - Return to Zero») y el perfil de los pulsos transmitidos puede considerarse gaussiano. A través del enlace se tiene previsto transmitir un solo canal, a un régimen binario de 2,5 Gbits/s. Finalmente, la probabilidad de error tolerada es de  $10^{-12}$ .

A la hora de escoger la fibra óptica, se barajan varias alternativas:

**Fibra A:** Fibra óptica monomodo estándar, con un coeficiente de dispersión  $D = 17$  ps/(km · nm) a la longitud de onda de 1550 nm.

**Fibra B:** Fibra de dispersión desplazada no nula (NZ-DSF), con  $D = 3,3$  ps/(km · nm).

**Fibra C:** Fibra de dispersión desplazada (DSF,  $D \approx 0$ ) y coeficiente de dispersión diferencial  $S = 0,05$  ps<sup>2</sup>/(km · nm<sup>2</sup>) (este último parámetro se define en el Ejercicio 1.4).

En todos los casos, la constante de atenuación de la fibra es de 0,25 dB/km. Por otra parte, la potencia a partir de la cual los efectos no lineales

intracanal son perjudiciales se estima en 3 mW para la fibra estándar y en 1,5 mW para las restantes.

- a) Suponiendo que el receptor fuese ideal (limitado por el ruido *shot*), hallar la máxima longitud del enlace determinada por las restricciones relativas a la potencia, si se pretende evitar los efectos no lineales. El ancho de banda del receptor se tomará igual a cuatro veces el régimen binario. (Sol: 191 km para la fibra A; 179 km para las fibras B y C).

NOTA: El lector puede ayudarse consultando el Ejercicio 1.2.

- b) Si se contemplan las limitaciones causadas por la dispersión, calcúlese la máxima longitud permitida para el enlace cuando es utilizada cada una de las siguientes fuentes ópticas:
1. Diodo láser de elevada coherencia modulado externamente.
  2. Diodo láser de reducida anchura espectral con un factor de *chirp*  $C = -6$ .

Considérese que el periodo de bit debe ser igual a cinco veces la anchura eficaz del pulso a la entrada del receptor, con el propósito de minimizar la interferencia entre símbolos. (Sol: Ver tabla adjunta)

	<b>Fibra A</b>	<b>Fibra B</b>	<b>Fibra C</b>
Fuente 1	344,6 km	1524 km	$14 \cdot 10^6$ km
Fuente 2	28,5 km	127 km	$372 \cdot 10^3$ km

- c) A la vista de los anteriores resultados, argumentar cuál sería la decisión más adecuada por parte del equipo de ingenieros. ¿Y si se tuviese previsto, en un futuro, incrementar el número de canales mediante multiplexación por división en longitud de onda (WDM, «Wavelength Division Multiplexing»)? ¿Y si el régimen binario ascendiera a 10 Gbits/s?

DATO:

La fórmula proporcionada a continuación corresponde a la anchura eficaz de un pulso tras propagarse una distancia  $z$  en una fibra óptica cuando el coeficiente de dispersión  $\beta_2$  se anula:

$$\sigma_z = \left[ \sigma_0^2 + \frac{1}{2}(1 + C^2) \left( \frac{\beta_3 z}{4\sigma_0^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

donde  $\sigma_0$  representa la anchura de los pulsos a la entrada de la fibra,  $C$  es el factor de *chirp* y  $\beta_3$ , el parámetro de dispersión de segundo orden.



## SOLUCIONES

### Ejercicio 1.1

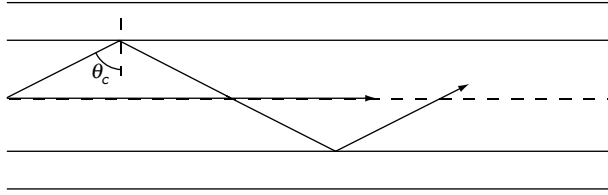
a) La dispersión intermodal está originada por las diferencias existentes entre las constantes de propagación de los distintos modos que viajan a través de un fibra multimodo.

A la hora de obtener una expresión para la anchura eficaz del pulso a la salida de la fibra cuando se produce este tipo de dispersión, se realizan las siguientes consideraciones:

- Suponer que el mecanismo de dispersión predominante es la dispersión intermodal.
- Se excitan todos los posibles modos de la fibra (fibra sobreiluminada) y la potencia se distribuye uniformemente entre los distintos modos.
- No se tienen en cuenta las diferencias entre las pérdidas que sufre un modo y las pérdidas que experimentan los restantes modos durante el trayecto, ni el acoplamiento entre los mismos.
- Asumir el pulso a la entrada de la fibra como prácticamente instantáneo.

Por otro lado, puesto que las dimensiones del núcleo de una fibra multimodo son bastante mayores que la longitud de la onda de la luz, es posible hacer uso de la teoría de rayos para analizar el fenómeno de la dispersión. De esta manera, los diferentes tiempos de propagación de los modos pueden atribuirse a que las respectivas trayectorias seguidas son distintas.

Sometida a estas condiciones, la señal a la salida de la fibra adopta la forma de pulso rectangular: el flanco de subida corresponde a la llegada del modo-rayo axial, que recorre el trayecto más corto; el flanco de bajada, por su parte, está asociado al modo-rayo que viaja reflejándose en la interfaz núcleo-cubierta con el ángulo crítico,  $\theta_c$ . Ambas trayectorias se ilustran en la Figura 1.3.



**Figura 1.3.** Trayectorias seguidas por el rayo axial y el rayo correspondiente al ángulo crítico.

La anchura del pulso resulta igual a la diferencia entre los tiempos de llegada, estos últimos calculados como el cociente entre la distancia recorrida y la velocidad, es decir,

$$\begin{aligned} \Delta T &= T_{\max} - T_{\min} = \frac{L / \operatorname{sen} \theta_c}{c / n_1} - \frac{L}{c / n_1} = \\ &= \frac{L}{c / n_1} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) = \frac{L n_1^2 (n_1 - n_2)}{c n_2 n_1} \approx \frac{L n_1 \Delta}{c} \end{aligned}$$

Esta diferencia de tiempos también puede expresarse en función de la apertura numérica, y así es posible escribir la fórmula:

$$\Delta T = \frac{LAN^2}{2n_1c},$$

donde se ha tenido en cuenta la siguiente relación entre la apertura numérica y la diferencia relativa de índices:

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \approx \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} = \frac{AN^2}{2n_1^2}$$

La anchura eficaz (o desviación típica) de un pulso genérico,  $p(t)$  (potencia instantánea del pulso), es igual a la raíz cuadrada de su varianza,  $\sigma^2$ . Esta última se define de la forma:

$$\sigma^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 p(t) dt}{E} - \langle t \rangle^2,$$

donde  $E$  denota la energía del pulso y  $\langle t \rangle$  representa el instante medio de llegada. Las respectivas definiciones de estos dos parámetros del pulso son las siguientes:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt; \quad \langle t \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} t p(t) dt$$

Concretamente, para un pulso rectangular de duración  $\Delta T$ , la anchura eficaz se calcula del modo expuesto a continuación.

En primer lugar, y por razones de conveniencia para el cálculo, la altura del pulso se normaliza de manera que su energía sea igual a la unidad ( $E = 1$ ). Este requisito comporta que el pulso tenga una amplitud de  $1/\Delta T$ .

Para proseguir, es necesario determinar el instante medio de llegada. Si el pulso está centrado en el instante  $t_0$ , significa que se extiende desde  $(t_0 - \Delta T/2)$  hasta  $(t_0 + \Delta T/2)$ . Haciendo uso de esta condición y realizando la integral correspondiente:

$$\langle t \rangle = \int_{t_0 - \Delta T/2}^{t_0 + \Delta T/2} \frac{t}{\Delta T} dt = t_0$$

El próximo paso consiste en hallar la varianza del pulso, aplicando su definición:

$$\sigma^2 = \int_{t_0 - \Delta T/2}^{t_0 + \Delta T/2} \frac{t^2}{\Delta T} dt - t_0^2 = \frac{\Delta T^2}{12}$$

Finalmente, la anchura eficaz del pulso rectangular resulta de extraer la raíz cuadrada a varianza:

$$\sigma = \frac{\Delta T}{2\sqrt{3}}$$

Sustituyendo la duración del pulso por su valor, obtenido previamente, se llega a la expresión solicitada:

$$\sigma = \frac{Ln_1\Delta}{2\sqrt{3}c} = \frac{AN^2 L}{4\sqrt{3}n_1c}$$

b) En esta sección del ejercicio se pretende determinar el producto *ancho de banda*  $\times$  *distancia* para una fibra, refiriendo el resultado a la anchura eficaz de los pulsos enviados, una vez que éstos se han propagado a través de la fibra. Habitualmente, a la hora de hallar este valor se supone que la respuesta de la fibra es gaussiana y se toma como ancho de banda de la fibra el ancho de banda óptico, es decir, aquel valor de la frecuencia para el cual la respuesta se ha reducido a la mitad con respecto al máximo.

Una respuesta de la fibra gaussiana significa que al introducir en la misma un pulso instantáneo, a su salida la forma adquirida por el pulso corresponde a una campana de Gauss. Con ello se trata de representar el ensanchamiento que experimentan los pulsos durante su propagación, a causa de la dispersión. Nótese que las fibras no siempre responden exactamente a este modelo, y así, por ejemplo, en la situación analizada en el apartado anterior la respuesta de la fibra era una función rectangular. Sin embargo, en muchas situaciones prácticas la asunción de respuesta gaussiana se aproxima a la realidad y resulta, por consiguiente, aceptable. Por ello, como criterio general, suele considerarse gaussiana la respuesta de la fibra.

La expresión de un pulso gaussiano de anchura eficaz  $\sigma$ , normalizado de manera que su energía (área bajo la curva de potencia instantánea) sea igual a la unidad, es la siguiente:

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$$

A este pulso corresponde una respuesta en frecuencia de la fibra (transformada de Fourier):

$$P(f) = \exp\left(-\frac{(2\pi f)^2 \sigma^2}{2}\right)$$

Aplicando la definición de ancho de banda óptico, se llega a que

$$B_{opt} = \frac{\sqrt{\ln(2)/2}}{\pi} \frac{1}{\sigma} = \frac{0,187}{\sigma}$$

Finalmente, con el propósito de hallar el producto ancho de banda  $\times$  distancia, el resultado anterior se multiplica por la longitud de fibra que recorre el pulso:

$$B_{opt} \times L = \frac{0,187 \cdot L}{\sigma}$$

c.1) Para conocer cuáles son los mecanismos de dispersión predominantes en la fibra, deberá determinarse, previamente, si se trata de una fibra monomodo o multimodo. A fin de averiguar esta condición, se calcula el valor de la frecuencia normalizada de la fibra:

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} an_1 \sqrt{2\Delta} = \frac{2\pi}{850 \cdot 10^{-9}} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \sqrt{2 \cdot 0,01} = 83,3 \gg 2,4$$

Puesto que su frecuencia normalizada se encuentra muy por encima del valor de corte, se trata de una fibra multimodo. En consecuencia, la dispersión intermodal y la dispersión material prevalecerán sobre otros procesos causantes de dispersión. Ambas contribuciones a la dispersión pueden considerarse independientes.

Seguidamente, conviene obtener el producto ancho de banda  $\times$  distancia de la fibra. Por tanto, en primer lugar se calculará la anchura eficaz de un pulso tras su propagación por la fibra,  $\sigma$ , para posteriormente aplicar la fórmula deducida en el apartado anterior del ejercicio.

El hecho de que las contribuciones a la dispersión sean independientes permite el cálculo del ensanchamiento total como sigue:

$$\sigma_T = \sqrt{\sigma_{inter}^2 + \sigma_{MAT}^2}$$

Así pues, cada una de estas dos aportaciones será obtenida por separado, y expresada como valor por unidad de longitud.

### Dispersión intermodal:

La anchura eficaz del pulso a causa de la dispersión intermodal puede calcularse a partir de la fórmula deducida en la primera parte del ejercicio. En la situación particular planteada,

$$\frac{\sigma_{inter}}{L} = \frac{n_1 \Delta}{2\sqrt{3}c} = \frac{1,5 \cdot 0,01}{2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot 10^8} = 14,43 \text{ ns/km}$$

Dispersión material:

Cuando el espectro de la fuente óptica empleada presenta una anchura grande, si se compara con la asociada a la propia modulación —como sucede para el LED considerado—, el ensanchamiento experimentado por los pulsos debido a la dispersión material es atribuible exclusivamente a la fuente. En tal caso, este ensanchamiento es proporcional a la anchura espectral de la fuente (expresada en términos de su desviación típica,  $\sigma_\lambda$ ) y a la longitud de fibra recorrida, viniendo dada tal relación de proporcionalidad por medio del coeficiente de dispersión material. Si además se refiere el resultado a la longitud de propagación:

$$\frac{\sigma_{MAT}}{L} = \sigma_\lambda D_{MAT},$$

siendo el coeficiente de dispersión material:

$$D_{MAT} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$$

Sustituyendo en la fórmula anterior los datos correspondientes a la fibra disponible, se llega a que

$$D_{MAT} = -\frac{800 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^8} (0,045 \cdot (10^6)^2) = -120 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$$

Por consiguiente, para una fuente con anchura espectral de 40 nm:

$$\frac{\sigma_{MAT}}{L} = -40 \text{ nm} \cdot 120 \text{ ps}/\text{km} \cdot \text{nm} = -4,8 \text{ ns}/\text{km}$$

Dispersión total:

Finalmente, el ensanchamiento total, contabilizando ambos tipos de dispersión y expresándolo por unidad de longitud, toma el valor:

$$\frac{\sigma_T}{L} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{inter}}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{MAT}}{L}\right)^2} = \sqrt{14,43^2 + 4,8^2} = 15,23 \text{ ns}/\text{km}$$

De este modo, el producto ancho de banda  $\times$  distancia de la fibra puede calcularse como:

$$B_{opt} \times L = \frac{0,187}{\sigma_T / L} = \frac{0,187}{15,23 \text{ ns/km}} = 12,3 \text{ MHz} \times \text{km}$$

c.2) Se analizará, en primer lugar, el balance de potencias en el enlace, con el objetivo de conocer la longitud máxima que este requisito impone. A continuación se calculará la distancia hasta la cual pueden propagarse los pulsos sin que su ensanchamiento por dispersión sea excesivo. Aquél de los dos criterios que sea más restrictivo (distancia permitida inferior) prevalecerá sobre el otro.

#### Balance de potencias:

La potencia recibida será igual a la potencia acoplada a la fibra menos las pérdidas. Las pérdidas en el enlace se deben, en este caso, a la atenuación introducida por la fibra y a las pérdidas de inserción de los conectores en los extremos emisor y receptor. Esta condición puede expresarse de la forma siguiente:

$$P_R = P_F - \alpha L - 2l_c$$

Debe advertirse en este punto que los anteriores valores de potencia y de pérdidas se expresan en unidades logarítmicas.

Despejando el valor de  $L$ :

$$L = \frac{P_F - P_R - 2l_c}{\alpha}$$

En la fórmula anterior, la potencia acoplada a la fibra se calcula como la potencia emitida por la fuente,  $P$ , multiplicada por la eficiencia de acoplamiento. En el caso que nos ocupa, se emplea como fuente un LED cuyo diagrama de radiación es de tipo lambertiano. La eficiencia de acoplamiento de una fuente lambertiana de primer orden a una fibra multimodo es igual a la apertura numérica al cuadrado (esta relación será demostrada más adelante, en el primer ejercicio del capítulo dedicado a las fuentes ópticas). Además, deberán tenerse en cuenta las pérdidas por reflexión por

ducidas en el cambio de índice de refracción aire-fibra. Así pues, la potencia acoplada a la fibra será:

$$P_F = P(AN)^2(1 - R) = P n_1^2 2\Delta \left( 1 - \left( \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} \right)^2 \right)$$

Sustituyendo los parámetros por los valores correspondientes a la fibra y la fuente del presente ejercicio:

$$P_F = 3 \cdot 1,5^2 \cdot 2 \cdot 0,01 \cdot \left( 1 - \left( \frac{1,5 - 1}{1,5 + 1} \right)^2 \right) = 0,13 \text{ mW} \rightarrow -8,9 \text{ dBm}$$

De otra parte, la sensibilidad del receptor es de  $-30 \text{ dBm}$ . En consecuencia, la distancia máxima del enlace resulta:

$$L = \frac{-8,9 - (-30) - 2 \cdot 0,2}{2} = 10,36 \text{ km}$$

### Análisis de la limitación por dispersión:

En la estimación de la distancia máxima determinada por la dispersión de los pulsos, se utiliza el producto ancho de banda  $\times$  distancia, y se aplica la condición de que el régimen binario es  $1,2 \text{ Mbits/s}$ . Para una modulación RZ, resulta habitual exigir un ancho de banda óptico igual al régimen binario, con lo cual

$$R_B = B_{opt} = \frac{B_{opt} \times L}{L} \rightarrow L = \frac{B_{opt} \times L}{R_B} = \frac{12,3 \text{ MHz} \times \text{km}}{1,2 \text{ Mbits/s}} = 10,25 \text{ km}$$

La condición anterior equivale a exigir una duración del periodo de bit, como mínimo, de cinco veces la anchura eficaz ( $\sigma/0,2 = 5\sigma$ ) para que dos pulsos sean distinguibles entre sí. Un resultado semejante se obtiene al requerir una duración del periodo de bit igual a dos veces la anchura total a mitad de máximo del pulso, suponiendo éste gaussiano.

Adviértase que el criterio adoptado es, en cierto modo, arbitrario. Otras reglas, más permisivas en lo que respecta a la interferencia entre símbolos a la entrada del receptor, llegan a tolerar anchuras eficaces igua-



les al periodo de bit. Por supuesto, el mayor solapamiento de los pulsos se salda con una penalización, que viene dada en términos de un aumento de la probabilidad de error o, recíprocamente, en un incremento de la potencia necesaria para que la probabilidad de error se mantenga por debajo del límite especificado. Por ejemplo, si se aplica este criterio alternativo, se obtiene que el producto del régimen binario por la longitud del enlace es el siguiente:

$$R_B \times L = \frac{1}{\sigma_T / L} = \frac{1}{15,23 \text{ ns/km}} = 65,7 \text{ MHz} \times \text{km},$$

resultando entonces una longitud máxima del enlace igual a cinco veces la calculada anteriormente:

$$L = \frac{R_B \times L}{R_B} = \frac{65,7 \text{ MHz} \times \text{km}}{1,2 \text{ Mbits/s}} = 54,75 \text{ km}$$

Para concluir, procede valorar globalmente los resultados:

- Cuando se adopta el criterio más exigente en relación al solapamiento de los pulsos, ambas condiciones de diseño (balance de potencia y régimen binario) proporcionan un resultado similar, si bien la segunda es más restrictiva: la longitud máxima del enlace será, pues, de 10,25 km.
- Si se tolerase un mayor solapamiento, el límite de la longitud impuesto por la dispersión ascendería. Sin embargo, ello no aportaría ninguna mejora en el caso particular considerado, puesto que el balance de potencias en el enlace, de por sí, acota la distancia alcanzable a 10,36 km. Adicionalmente, la mayor interferencia entre símbolos acarrearía un incremento de la potencia requerida para preservar la calidad de la comunicación, que, a su vez, redundaría en una reducción de la distancia. Consecuentemente, a la hora de establecer el enlace, conviene seguir las directrices proporcionadas por el criterio de mínimo solapamiento entre pulsos, según se ha expuesto en el párrafo anterior.

### Ejercicio 1.2

a) El primer criterio de selección consiste en permitir la transmisión a una tasa binaria lo más elevada posible. A este respecto, el límite vendrá impuesto por el hecho de que, para distinguir unos pulsos de otros, éstos no deben solaparse excesivamente a la entrada del receptor. La dispersión en la fibra es causante de una distorsión en los pulsos que se propagan por ella, la cual puede repercutir en un ensanchamiento de los mismos y, por tanto, en su mayor solapamiento. Así pues, la evaluación del requisito relativo al régimen binario pasa necesariamente por un análisis de los efectos de la dispersión.

En primer lugar, para cada una de las fibras en cuestión, debe determinarse si se trata de una fibra monomodo o multimodo, pues de esta condición dependerá cuál o cuáles de los mecanismos de dispersión son predominantes. Con el propósito de averiguarlo, se calculará la frecuencia normalizada,  $V$ : si su valor es superior a 2,4, significa que a través de la fibra se propagan múltiples modos; por el contrario, si el valor de  $V$  es inferior, la fibra opera en régimen monomodo.

#### Fibra 1:

Para una fibra de salto de índice, la frecuencia normalizada depende de sus parámetros físicos —radio ( $a$ ), diferencia relativa de índices ( $\Delta$ ), índice de refracción del núcleo ( $n_1$ )— y de la longitud de onda de la radiación ( $\lambda$ ), viniendo definida por la expresión:

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a n_1 \sqrt{2\Delta}$$

La frecuencia normalizada para la primera fibra será

$$V = \frac{2\pi}{1550 \cdot 10^{-9}} \cdot 2,7 \cdot 10^{-6} \cdot 1,44 \cdot \sqrt{2 \cdot 0,01} = 2,23 < 2,4,$$

por tanto, se trata de una fibra monomodo.

Fibra 2:

El valor de la frecuencia normalizada para esta fibra, a la longitud de onda de operación, es el siguiente:

$$V = \frac{2\pi}{1550 \cdot 10^{-9}} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 1,36 \cdot \sqrt{2 \cdot 0,01} = 2,34 < 2,4$$

Ante este resultado, puede afirmarse que las dos fibras son monomodo, razón por la cual no se produce dispersión intermodal, sino que la dispersión es intramodal. La dispersión intramodal es escindible en dos contribuciones, que se calcularán de forma independiente: la dispersión material y la dispersión de guiado. Así, para cada fibra, el coeficiente de dispersión,  $D$ , puede hallarse como la suma:

$$D = D_{MAT} + D_W,$$

donde  $D_{MAT}$  y  $D_W$  son los coeficientes de dispersión material y de guiado, respectivamente.

Fibra 1:

Puesto que la diferencia relativa de índices en cualquiera de las fibras analizadas es muy reducida, para el cálculo del coeficiente de dispersión material es posible utilizar la siguiente expresión, correspondiente, en sentido estricto, a una onda plana en un medio no guiado:

$$D_{MAT} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$$

Introduciendo en esta expresión los datos necesarios, se llega a que

$$D_{MAT} = -\frac{1550 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^8} (-0,005 \cdot (10^6)^2) = 25,83 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$$

Para el cálculo del coeficiente de dispersión de guiado, se recurre a la fórmula facilitada:

$$D_W = -\frac{n_2 \Delta}{c \lambda} \left( V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \right)$$

En la expresión anterior,  $b$  es la constante de propagación normalizada, y  $n_2$ , el índice de refracción de la cubierta. Este último se determina a partir del índice de refracción del núcleo y de la diferencia relativa de índices, del modo indicado a continuación:

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_2^2} \rightarrow n_2 = \frac{n_1}{\sqrt{2\Delta + 1}}$$

Aplicando esta relación a la fibra número 1:

$$n_2 = \frac{1,44}{\sqrt{2 \cdot 0,01 + 1}} = 1,426$$

En cuanto a la expresión que aparece entre paréntesis, es posible obtener su valor sirviéndose de la tabla proporcionada en el enunciado del ejercicio (expresión denominada  $b_2$  en la Tabla 1.2).

Para la frecuencia normalizada  $V = 2,3$ , el valor de dicha expresión corresponde a  $b_2 = 0,248$ , mientras que para  $V = 2,2$  se cumple que  $b_2 = 0,309$ . Puesto que en este rango de valores de  $V$  el comportamiento de la función  $b_2$  es aproximadamente lineal (ver Figura 1.2), resulta factible calcular el valor de  $b_2$  para  $V = 2,23$  (valor de la frecuencia normalizada para la fibra estudiada) mediante interpolación. De este modo, se tiene que:

$$\begin{aligned} b_2 &= 0,309 + \frac{0,309 - 0,248}{2,2 - 2,3} \cdot (V - 2,2) = \\ &= 0,309 + \frac{0,309 - 0,248}{2,2 - 2,3} \cdot (2,23 - 2,2) = 0,291 \end{aligned}$$

Finalmente, el coeficiente de dispersión de guiado que presenta la fibra es el siguiente:

$$D_w = -\frac{1,426 \cdot 0,01}{3 \cdot 10^{-7} \text{ km/ps} \cdot 1550 \text{ nm}} 0,291 = -8,92 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$$

Sumando las dos contribuciones a la dispersión:

$$D = D_{MAT} + D_w = 25,83 - 8,92 = 16,91 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$$

**Fibra 2:**

A continuación se repiten los cálculos para la fibra número 2, comenzando por el coeficiente de dispersión material.

$$D_{MAT} = -\frac{1550 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^8} (-0,005 \cdot (10^6)^2) = 25,83 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$$

Para hallar el coeficiente de dispersión de guiado, se siguen los mismos pasos que con la fibra anterior, comenzando por el cálculo de  $n_2$ :

$$n_2 = \frac{1,36}{\sqrt{2 \cdot 0,01 + 1}} = 1,346$$

Puesto que en este caso el valor de la frecuencia normalizada ( $V = 2,34$ ) se encuentra en un rango distinto, se acude nuevamente a la Tabla 1.2. Puede observarse que para la frecuencia normalizada  $V = 2,3$  el valor de  $b_2 = 0,248$ , mientras que para  $V = 2,4$  se cumple que  $b_2 = 0,195$ . Por consiguiente, cuando  $V = 2,34$ :

$$\begin{aligned} b_2 &= 0,248 + \frac{0,248 - 0,195}{2,3 - 2,4} \cdot (V - 2,3) = \\ &= 0,248 + \frac{0,248 - 0,195}{2,3 - 2,4} \cdot (2,34 - 2,3) = 0,227 \end{aligned}$$

Así pues, el coeficiente de dispersión de guiado de la fibra número 2 es

$$D_W = -\frac{1,346 \cdot 0,01}{3 \cdot 10^{-7} \text{ km}/\text{ps} \cdot 1550 \text{ nm}} 0,227 = -6,57 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$$

Realizando la suma de los dos parámetros de dispersión, se obtiene:

$$D = D_{MAT} + D_W = 25,83 - 6,57 = 19,26 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$$

El siguiente paso consiste en examinar, para cada opción de fuente láser, el régimen binario máximo alcanzable con una y otra fibra.

a.1) Como primera alternativa, se sugiere el uso de un diodo láser con un espectro de anchura eficaz  $\sigma_\lambda = 5$  nm. Expresada en frecuencia, esta anchura equivale a:

$$\sigma_\nu = \sigma_\lambda \frac{c}{\lambda^2}; \quad \sigma_\nu = 5 \cdot 10^{-9} \frac{3 \cdot 10^8}{(1,55 \cdot 10^{-6})^2} = 624 \text{ GHz}$$

La anchura del espectro de la fuente *per se* es proporcionalmente mucho mayor que la ocasionada por la modulación, si se tienen en cuenta los regímenes binarios máximos que se manejan en la actualidad (decenas de Gbits/s en los sistemas comerciales). Por este motivo, el ensanchamiento de los pulsos es atribuible a la composición espectral de la fuente. En consecuencia, su anchura eficaz a la salida de una fibra de longitud  $L$ , denominada en adelante  $\sigma_L$ , se calcula a través de la fórmula:

$$\sigma_L = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_D^2}$$

En la expresión anterior,  $\sigma_0$  es la anchura eficaz de los pulsos a la entrada de la fibra, mientras que  $\sigma_D$  representa el ensanchamiento que éstos experimentan durante la propagación a causa de la dispersión y que es igual a

$$\sigma_D = \sigma_\lambda DL$$

De esta última expresión conviene destacar la independencia del ensanchamiento con respecto a la anchura original de los pulsos. Por otro lado, en la deducción de la expresión de  $\sigma_L$  se considera que no sólo los pulsos, sino también el espectro de la fuente posee un perfil gaussiano. El parámetro  $\sigma_\lambda$  debe interpretarse, pues, como la anchura eficaz o desviación típica de dicho espectro. Esta condición es perfectamente asumible en el caso de láseres multimodo (como la fuente considerada), o para los diodos emisores de luz (LED).

Si existe la posibilidad de modular la emisión de la fuente, de manera que ésta genere pulsos suficientemente estrechos ( $\sigma_0 \ll \sigma_D$ ), entonces la anchura de los pulsos a la salida de la fibra es achacable únicamente a los efectos de la dispersión:

$$\sigma_L \approx \sigma_D = \sigma_\lambda DL$$

Bajo esta premisa, la anchura eficaz de los pulsos tras recorrer un tramo de 100 km de la fibra número 1 será:

$$\sigma_L = 5 \text{ nm} \cdot 16,91 \frac{\text{ps}}{\text{km} \cdot \text{nm}} \cdot 100 \text{ km} = 8455 \text{ ps}$$

Repetiendo la operación para la fibra número 2:

$$\sigma_L = 5 \text{ nm} \cdot 19,26 \frac{\text{ps}}{\text{km} \cdot \text{nm}} \cdot 100 \text{ km} = 9630 \text{ ps}$$

Acercas de estos resultados cabe comentar que la fibra número 1, con un menor coeficiente de dispersión, da lugar a pulsos más estrechos y, como consecuencia de ello, admitirá tasas binarias superiores. Para calcular el valor concreto del régimen binario máximo permitido, es necesario primero fijar una regla que relacione la duración del pulso con la tasa binaria o, equivalentemente, con el periodo de bit,  $T_B$ . A este respecto, debe advertirse la inexistencia de un criterio unívoco, sino que, dada su arbitrariedad, resulta frecuente en la literatura especializada hallar diferentes normas de cálculo, si bien las conclusiones de unas y otras son similares. Por ejemplo, en el Ejercicio 1.1 se establecía que, para un formato de modulación OOK-RZ, el periodo de bit requerido, de manera que el solapamiento entre dos pulsos gaussianos consecutivos no impidiese distinguirlos, debía ser de al menos 5 veces la anchura eficaz del pulso. Si se adopta como válido este criterio, para la fibra número 1 se tiene que:

$$T_B = 5 \sigma_L = 5 \cdot 8455 \text{ ps} = 42,275 \text{ ns}$$

El régimen binario resultante es, pues:

$$R_B = \frac{1}{T_B} = 23,65 \text{ Mbits/s}$$

Otros criterios, más permisivos con la interferencia entre símbolos, lleguen a admitir periodos de bit tan cortos como la anchura eficaz del pulso, es decir,  $T_B = \sigma_L$ . Con ello el régimen binario se multiplica por cinco. Como fue comentado en el Ejercicio 1.1, este incremento se produce a costa de una mayor probabilidad de error o, de forma intercambiable, a expensas de una mayor potencia a la entrada del receptor.

a.2) La segunda opción consiste en utilizar una fuente láser de alta coherencia modulada externamente. La propiedad de elevada coherencia se traduce en que la anchura espectral de la fuente es muy reducida, si se compara con el ensanchamiento que sobre el espectro de la señal provoca la modulación. Por otra parte, modular la potencia emitida por un diodo láser mediante un dispositivo externo evita la modulación en frecuencia inherente a su modulación directa por corriente conocida como *chirp*.

A la hora de hallar el tipo de distorsión que acusan los pulsos, es necesario remontarse a la expresión general de una portadora modulada por una envolvente lentamente variable después de haberse propagado una distancia  $z$  a lo largo de un medio dispersivo:

$$E(z, t) = \exp[j(\omega_0 t - \beta_0 z)] \int_{-\infty}^{\infty} F(\Omega) \exp[j\Omega(t - \tau_g)] \cdot \exp\left[-j\beta_2 \frac{\Omega^2}{2} z\right] d\Omega$$

La expresión anterior (cuya deducción puede hallarse en la sección de introducción de este Capítulo) se interpreta de la siguiente manera:

- El primer término, fuera de la integral, alude a la portadora, que se propaga a la velocidad de fase  $\omega_0/\beta_0$ . Este término no repercute sobre la forma de los pulsos.
- La integral corresponde a la envolvente; por tanto, a ella debe atenderse al estudiar la distorsión de los pulsos. Se trata, más exactamente, de una transformada inversa de Fourier, cuya resolución proporciona la envolvente como una función del tiempo. En adelante, se denominará  $g(z, t)$  a esta envolvente.
- Ya dentro de la integral, la función  $F(\Omega)$  es la transformada de Fourier del pulso original,  $f(t)$ , gaussiano en este caso.
- A continuación aparece la función exponencial propia de las transformadas inversas de Fourier. La presencia de la constante  $\tau_g$  únicamente introduce un retardo sobre la envolvente (retardo de grupo), pero que no afecta a su perfil.
- El último término exponencial es atribuible a la dispersión. Concretamente,  $\beta_2$  es una constante de valor

$$\beta_2 = \left. \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \right|_{\omega_0},$$



que se halla relacionada con el coeficiente de dispersión,  $D$ , como sigue:

$$\beta_2 = -D \frac{2\pi c}{\omega^2} = -D \frac{\lambda^2}{2\pi c}$$

Nótese que, con el planteamiento expuesto, si  $\beta_2$  fuese cero, la señal se propagaría sin distorsión. En realidad, cuando  $\beta_2$  se anula deben tenerse en cuenta los términos de orden superior del desarrollo en serie de Taylor de  $\beta$  (constante de propagación), los cuales fueron despreciados al deducir la expresión de  $E(z, t)$ . Para una fibra estándar, esta situación tiene lugar cuando se opera cerca de la longitud de onda de mínima dispersión (alrededor de 1310 nm). Puesto que en el caso estudiado los coeficientes de dispersión de ambas fibras son distintos de cero, no hay inconveniente en utilizar la expresión de  $E(z, t)$  dada.

Cuando a la entrada se transmiten pulsos gaussianos, la integral que gobierna la forma de la envolvente a medida que se propaga por la fibra tiene solución analítica. En tal caso, la expresión de la señal a la entrada de la fibra es la siguiente:

$$E(z = 0, t) = f(t) \exp(j\omega_0 t),$$

donde la envolvente adopta el perfil gaussiano:

$$g(0, t) = f(t) \propto \exp\left(-\frac{t^2}{4\sigma_0^2}\right)$$

En la expresión anterior,  $\sigma_0$  es la anchura eficaz de los pulsos a la entrada. A la hora de escribir  $f(t)$  se ha contemplado que, para señales de envolvente lentamente variable, la potencia instantánea es proporcional al cuadrado de la envolvente o, de manera equivalente,  $f(t) \propto \sqrt{p(t)}$ .

La transformada de Fourier de esta función resulta:

$$F(\Omega) \propto \exp(-\Omega^2 \sigma_0^2)$$

Sustituyendo  $F(\Omega)$  por su expresión, dentro de la integral, se obtiene:

$$g(z, t) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\Omega^2 \left(\sigma_0^2 + j \frac{\beta_2 z}{2}\right) + j\Omega(t - \tau_g)\right] d\Omega$$

Para calcular la solución analítica de esta integral, es oportuno apoyarse en el resultado siguiente:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-ax^2 + 2bx] dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{a}\right)$$

Aplicando este resultado a la situación particular pretendida:

$$g(z, t) \propto \frac{1}{\sqrt{\sigma_0^2 + j\frac{\beta_2 z}{2}}} \exp\left[\frac{-(t - \tau_g)^2}{4\left(\sigma_0^2 + j\frac{\beta_2 z}{2}\right)}\right]$$

Por último, operando sobre la función anterior, para separar su módulo y su fase, se llega a:

$$g(z, t) \propto \exp\left[\frac{-(t - \tau_g)^2}{4\left(\sigma_0^2 + \left(\frac{\beta_2 z}{2\sigma_0}\right)^2\right)}\right] \exp\left[-j\frac{\frac{\beta_2 z}{2\sigma_0^2} \frac{(t - \tau_g)^2}{4}}{\sigma_0^2 + \left(\frac{\beta_2 z}{2\sigma_0}\right)^2} - j\frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{\beta_2 z}{2\sigma_0^2}\right)\right]$$

Probablemente, el lector se habrá percatado de que durante el desarrollo sólo se ha prestado atención a la forma de la envolvente de los pulsos, y no al valor de pico de su amplitud. Este último guarda relación con la energía de los pulsos, aspecto que no incumbe al proceso de distorsión que ahora se investiga.

En la expresión final, el segundo factor afecta a la fase de la portadora. Concretamente, representa una modulación en frecuencia inducida por la misma dispersión, pero que no tiene repercusión sobre la envolvente del pulso.

Es el primer factor quien determina la forma de la envolvente de los pulsos a la salida de la fibra y, por consiguiente, el que corresponde estudiar. Puede apreciarse que los pulsos conservan su forma gaussiana, pero su anchura eficaz es ahora:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_0^2 + \left(\frac{\beta_2 z}{2\sigma_0}\right)^2}$$

En conclusión, se ha producido un ensanchamiento de los pulsos, el cual se refleja en la aparición del segundo término, siempre positivo, dentro de la raíz. El ensanchamiento depende de la longitud recorrida,  $z$ , del parámetro de dispersión,  $\beta_2$ , y, por último, de la anchura de los pulsos originales,  $\sigma_0$ . Cuanto más estrechos son los pulsos originales (menor  $\sigma_0$ ), mayor es la anchura de su espectro —por las propiedades de las transformadas de Fourier— y, consecuentemente, más se acusan los efectos de la dispersión. Puesto que al ancho final de los pulsos contribuye tanto la anchura original de los mismos como el ensanchamiento adicional provocado por la dispersión, se produce un compromiso en el momento de escoger el valor de  $\sigma_0$ .

Para una longitud de fibra dada, con una constante de dispersión  $\beta_2$  fija, existirá un valor de  $\sigma_0$  que dé lugar a pulsos con mínima anchura a la salida y, por tanto, que permita la máxima tasa binaria. Dicho valor puede calcularse minimizando  $\sigma_z$  (derivando con respecto a  $\sigma_0$  e igualando a cero). Realizando las operaciones matemáticas adecuadas, se desprenden los siguientes valores para el mínimo de  $\sigma_z$ :

$$\sigma_z = \sqrt{|\beta_2|z}, \quad \text{si } \sigma_0 = \sqrt{|\beta_2|z/2}$$

Llegados a este punto, se está ya en situación de aplicar las deducciones realizadas a las fibras objeto de análisis, comenzando por la fibra número 1.

### Fibra 1:

En primer lugar, se precisa determinar el valor de la constante  $\beta_2$  a partir del coeficiente de dispersión  $D$ :

$$\beta_2 = -D \frac{\lambda^2}{2\pi c} = -16,91 \frac{\text{ps}}{\text{km} \cdot \text{nm}} \frac{1550^2 \text{ nm}^2}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ nm/ps}} = -21,55 \frac{\text{ps}^2}{\text{km}}$$

Para un enlace de longitud  $L = 100$  km, los pulsos a la entrada de la fibra que dan lugar a pulsos de anchura mínima a la salida poseen una anchura eficaz:

$$\sigma_0 = \sqrt{|\beta_2 L|/2} = \sqrt{21,55 \cdot 100/2} = 32,83 \text{ ps}$$

A este valor corresponden pulsos a la salida de anchura eficaz:

$$\sigma_L = \sqrt{|\beta_2 L|} = \sqrt{21,55 \cdot 100} = 46,42 \text{ ps}$$

Finalmente, el régimen binario máximo alcanzable será:

$$R_B = \frac{1}{5\sigma_L} = \frac{1}{5 \cdot 46,42 \text{ ps}} = 4,31 \text{ Gbits/s}$$

### Fibra 2:

Repetiendo los cálculos para la fibra número 2, se obtiene:

$$\beta_2 = -D \frac{\lambda^2}{2\pi c} = -19,26 \frac{\text{ps}}{\text{km} \cdot \text{nm}} \frac{1550^2 \text{ nm}^2}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ nm/ps}} = -24,55 \frac{\text{ps}^2}{\text{km}},$$

$$\sigma_0 = \sqrt{|\beta_2 L|/2} = \sqrt{24,55 \cdot 100/2} = 35,04 \text{ ps},$$

$$\sigma_L = \sqrt{|\beta_2 L|} = \sqrt{24,55 \cdot 100} = 49,55 \text{ ps},$$

$$R_B = \frac{1}{5\sigma_L} = \frac{1}{5 \cdot 49,55 \text{ ps}} = 4,04 \text{ Gbits/s}$$

La valoración de estos resultados, así como de los próximos apartados, se pospone hasta el apartado c), en que se dispondrá de los datos necesarios para realizar un análisis de conjunto y establecer comparaciones.

a.3) Los diodos láser admiten la modulación de la potencia óptica que generan mediante variaciones directas de la corriente que les es aplicada. Esta facilidad de modulación supone una gran ventaja para muchas aplicaciones, sin embargo, se halla limitada en cuanto a su velocidad por dos causas: en primer lugar, por la propia dinámica de los electrones y de los fotones en el interior del láser; en segundo lugar, debido a una modulación de la frecuencia del láser inherente a la modulación por corriente, que es conocida como *chirp*. Este segundo factor agudiza los efectos de la dispersión en las fibras estándar convencionales.

Cuando se requiere la emisión de un pulso óptico de corta duración, se aplica al láser un pulso de corriente que le hace pasar, durante un breve intervalo de tiempo, desde una situación por debajo a una situación por encima de su umbral de oscilación. Este régimen de operación es conocido como *conmutación de la ganancia*. La emisión del pulso se produce a costa del consumo de una parte de los electrones existentes en la cavidad láser. Por otro lado, el índice de refracción del material semiconductor con que se halla fabricado el diodo láser depende de la densidad de electrones: el índice de refracción es mayor cuanto menor es la densidad de carga. Por consiguiente, la generación del pulso lleva apareado un aumento del índice de refracción que, a su vez, se traduce en un descenso de la frecuencia instantánea.

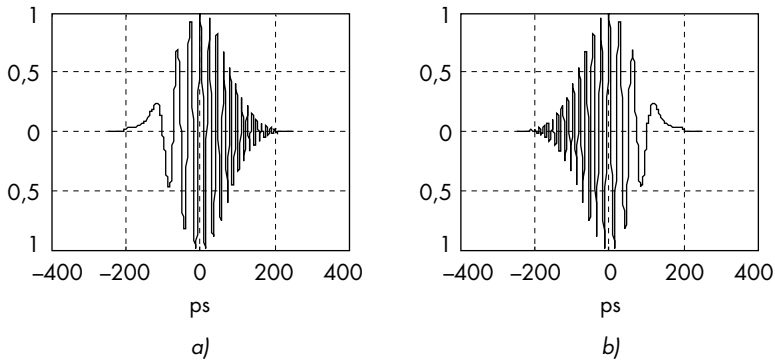
Si se considera el pulso gaussiano y se tiene en cuenta que la variación de la frecuencia instantánea es aproximadamente lineal en función del tiempo, la expresión de la señal en la fibra será:

$$E(z = 0, t) \propto \exp\left(-\frac{t^2}{4\sigma_0^2}\right) \exp\left[j\left(\omega_0 t + \frac{C}{4\sigma_0^2} t^2\right)\right]$$

La frecuencia instantánea, calculada como la derivada con respecto al tiempo de la fase instantánea, es la siguiente:

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \left( \omega_0 + \frac{C}{2\sigma_0^2} t \right)$$

La constante  $C$ , introducida con el propósito de cuantificar la tasa de variación de la frecuencia, recibe el nombre de *factor de chirp*. Puede apreciarse que la frecuencia instantánea aumenta linealmente con el tiempo si  $C$  toma un valor positivo (*chirp* positivo o «hacia el azul»), o bien decrece linealmente cuando  $C$  es negativo (*chirp* negativo o «hacia el rojo»). Con el propósito de ilustrar esta idea, la Figura 1.4 muestra sendos pulsos gaussianos con *chirp* de uno y otro signo. En el caso de la modulación directa del láser, el factor  $C$  resulta negativo.



**Figura 1.4.** Pulsos gaussianos con *chirp*: a) factor de *chirp* positivo,  $C = 2$ ; b) factor de *chirp* negativo,  $C = -2$ . En ambos casos, la anchura eficaz del pulso es de 50 ps. La frecuencia de la portadora ha sido aumentada (alrededor de 4 órdenes de magnitud  $\approx 10^4$ ) con respecto a su valor real, a fin de facilitar la percepción del concepto ilustrado.

Introduciendo el término de *chirp* como parte de la envolvente:

$$f(t) \propto \exp\left(-\frac{t^2}{4\sigma_0^2}(1-jC)\right)$$

La anchura del pulso tras la propagación durante una distancia  $z$  a lo largo de la fibra se halla sin más que repetir el desarrollo efectuado en el apartado a.2), pero sustituyendo  $\sigma_0^2$  por

$$\frac{\sigma_0^2}{1-jC}$$

Con ello se obtiene como resultado:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\sigma_0 + \frac{C\beta_2 z}{2\sigma_0}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2 z}{2\sigma_0}\right)^2}$$

El segundo término en el interior de la raíz cuadrada coincide con el obtenido en ausencia de *chirp*, mientras que al primer sumando se añade la contribución del *chirp*. En función del valor —positivo, negativo o nulo— que tome el producto  $C\beta_2$ , se distinguen las siguientes situaciones:

- Cuando  $C = 0$  (pulso sin *chirp*), se llega al resultado deducido en el apartado a.2).
- Si  $C \beta_2 > 0$ , entonces  $\sigma_z$  es siempre mayor que  $\sigma_0$ , es decir, el pulso sufre un ensanchamiento durante la propagación. Además, para la misma distancia recorrida y el mismo coeficiente de dispersión, el ensanchamiento es de mayor cuantía que en ausencia de *chirp*.
- Por último, cuando  $C \beta_2 < 0$  se produce un interesante fenómeno: el pulso inicialmente experimenta una compresión ( $\sigma_z < \sigma_0$ ), hasta alcanzar cierta distancia en la fibra, a partir de la cual comienza a ensancharse. Después de recorrer determinado tramo de fibra, el pulso recupera su anchura original ( $\sigma_z = \sigma_0$ ), y, desde allí, su anchura continúa creciendo por encima de ese valor ( $\sigma_z > \sigma_0$ ).

La modulación en corriente de un diodo láser origina factores de *chirp* negativos ( $C < 0$ ). Por otra parte, para las fibras ópticas que se barajan,  $\beta_2$  resulta también negativo (esta condición es la habitual en las fibras monomodo convencionales). El producto de ambos parámetros,  $C \beta_2$ , proporciona un resultado positivo y, por tanto, se trata de la segunda situación expuesta, en la cual los pulsos se ensanchan más que lo harían sin *chirp*. Existirá, no obstante, un valor de la anchura del pulso original que, para el tramo de fibra especificado, dé lugar a una mínima anchura a la salida. Éste se calcula derivando  $\sigma_z$  con respecto a  $\sigma_0$  e igualando a cero, hallándose entonces:

$$\sigma_0 = \sqrt{|\beta_2|z/2} (1 + C^2)^{\frac{1}{4}}$$

Con este valor de  $\sigma_0$ , los pulsos a la salida de la fibra adquieren una anchura:

$$\sigma_z = \sqrt{|\beta_2|z} \left( \sqrt{1 + C^2} + C \right)^{\frac{1}{2}}, \text{ si } C\beta_2 > 0$$

El resultado deducido para  $\sigma_0$  es válido tanto para valores de  $C$  negativos como positivos. En lo tocante a  $\sigma_z$ , la fórmula escrita es aplicable siempre que el producto  $C \beta_2$  sea positivo. Cuando  $C \beta_2 < 0$ , el signo que antecede a  $C$  dentro del paréntesis cambia a negativo:

$$\sigma_z = \sqrt{|\beta_2|z} \left( \sqrt{1 + C^2} - C \right)^{\frac{1}{2}}, \text{ si } C\beta_2 < 0$$

Particularizando para las fibras propuestas, con  $C = -2$ :

Fibra 1:

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= \sqrt{21,55 \cdot 100 / 2} (1 + 2^2)^{\frac{1}{4}} = 49,08 \text{ ps}, \\ \sigma_L &= \sqrt{21,55 \cdot 100} \left( \sqrt{1 + 2^2} + 2 \right)^{\frac{1}{2}} = 95,54 \text{ ps}, \\ R_B &= \frac{1}{5\sigma_L} = \frac{1}{5 \cdot 95,54 \text{ ps}} = 2,09 \text{ Gbits/s}.\end{aligned}$$

Fibra 2:

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= \sqrt{24,55 \cdot 100 / 2} (1 + 2^2)^{\frac{1}{4}} = 52,39 \text{ ps}, \\ \sigma_L &= \sqrt{24,55 \cdot 100} \left( \sqrt{1 + 2^2} + 2 \right)^{\frac{1}{2}} = 101,98 \text{ ps}, \\ R_B &= \frac{1}{5\sigma_L} = \frac{1}{5 \cdot 101,98 \text{ ps}} = 1,96 \text{ Gbits/s}.\end{aligned}$$

a.4) En el presente apartado se estudiará la situación en que el parámetro del *chirp* es igual en magnitud, pero de signo contrario, al del apartado previo ( $C = 2$ ), de forma que el producto  $C \beta_2 < 0$ .

Tal y como se ha explicado, al comienzo de su trayecto el pulso experimenta una compresión ( $\sigma_z < \sigma_0$ ). Una interpretación para este fenómeno es la siguiente: cuando  $\beta_2 < 0$ , las componentes de alta frecuencia de la señal viajan a mayor velocidad que las componentes de baja frecuencia. Un valor de  $C$  positivo significa que la cola del pulso posee componentes de mayor frecuencia que la cabeza; por esta razón, la cola del pulso viaja más rápido que la cabeza, produciéndose la citada compresión.

El fenómeno de compresión tiene lugar hasta cierta distancia, a partir de la cual se invierte el proceso: las componentes de alta frecuencia, más rápidas, van quedando en la cabeza del pulso, y las de baja frecuencia, lentas, pasan a la cola. De esta manera, al continuar la propagación, el pulso se va ensanchando progresivamente.

La distancia para la cual tiene lugar el viraje en el comportamiento corresponde al mínimo en el ancho del pulso. Derivado  $\sigma_z$  con respecto a la coordenada  $z$  e igualando a cero, se deduce dicha distancia:



$$z_{\min} = \frac{|C|}{1+C^2} \frac{2\sigma_0^2}{|\beta_2|}$$

Puede observarse que  $z_{\min}$  guarda dependencia con respecto al ancho inicial del pulso. Por ejemplo, si se escoge aquella anchura de pulso que ocasiona el menor ensanchamiento para un enlace de longitud  $L$ :

$$\sigma_0 = \sqrt{|\beta_2|L/2} (1+C^2)^{\frac{1}{4}},$$

entonces, se tiene que

$$z_{\min} = \frac{|C|}{1+C^2} \frac{2}{|\beta_2|} \frac{|\beta_2|L}{2} (1+C^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{|C|}{\sqrt{1+C^2}} L$$

Si, como en esta ocasión,  $C = 2$  y  $L = 100$  km, el mínimo se produce a una distancia del origen:

$$z_{\min} = \frac{2}{\sqrt{1+2^2}} 100 \text{ km} = 89,44 \text{ km}$$

Recapitulando, para una fibra concreta:

### Fibra 1:

- Con el objetivo de tener a la salida pulsos de mínima anchura, deben enviarse pulsos de anchura eficaz:

$$\sigma_0 = \sqrt{21,55 \cdot 100/2} (1+2^2)^{\frac{1}{4}} = 49,08 \text{ ps}$$

- Hasta el punto situado a 89,44 km del origen, el pulso se estrecha, y adquiere una anchura mínima de:

$$\sigma_{\min} = \sqrt{\left(49,08 - \frac{2 \cdot 21,55 \cdot 89,44}{2 \cdot 49,08}\right)^2 + \left(\frac{21,55 \cdot 89,44}{2 \cdot 49,08}\right)^2} = 21,95 \text{ ps}$$

— Desde ese punto hasta el final del enlace (a los 100 km), el pulso sufre un ensanchamiento, alcanzando un ancho igual a:

$$\sigma_L = \sqrt{21,55 \cdot 100} \left( \sqrt{1+2^2} - 2 \right)^{\frac{1}{2}} = 22,55 \text{ ps},$$

Con estas condiciones, el régimen binario máximo permitido sería:

$$R_B = \frac{1}{5\sigma_L} = \frac{1}{5 \cdot 22,55 \text{ ps}} = 8,87 \text{ Gbits/s}$$

Análogamente, para la fibra con el número 2, se obtiene:

Fibra 2:

$$\sigma_0 = \sqrt{24,55 \cdot 100 / 2} (1+2^2)^{\frac{1}{4}} = 52,39 \text{ ps}$$

$$\sigma_{\min} = \sqrt{\left( 52,39 - \frac{2 \cdot 24,55 \cdot 89,44}{2 \cdot 52,39} \right)^2 + \left( \frac{24,55 \cdot 89,44}{2 \cdot 52,39} \right)^2} = 23,43 \text{ ps}$$

$$\sigma_L = \sqrt{24,55 \cdot 100} \left( \sqrt{1+2^2} - 2 \right)^{\frac{1}{2}} = 24,07 \text{ ps}$$

$$R_B = \frac{1}{5\sigma_L} = \frac{1}{5 \cdot 24,07 \text{ ps}} = 8,31 \text{ Gbits/s}$$

b) Un segundo aspecto que contemplar en el diseño de un enlace de fibra óptica es el cumplimiento de las especificaciones en relación a la potencia. Ello significa que la potencia acoplada a la fibra debe ser suficiente para compensar la atenuación sufrida por la señal al propagarse por la misma y disponer en el receptor de una potencia superior a su sensibilidad. En consecuencia, el proceso de selección examinará esta condición para cada una de las fibras disponibles. En particular, se calculará cuánta potencia se precisa que la fuente acople a la fibra.

La condición citada para el balance de potencias puede expresarse del siguiente modo:

$$P_{\text{acoplada}} \text{ (dBm)} = \alpha \text{ (dB/km)} \cdot L \text{ (km)} + P_{\text{recibida}} \text{ (dBm)}$$

A esta potencia se añadirían las posibles pérdidas en la conexión de la fibra al receptor. No obstante, se supondrán despreciables en este caso.

Por otra parte, la potencia necesaria a la entrada del receptor es función de su ancho de banda, y éste, del régimen binario de la señal. Esta última relación depende del número de armónicos de la señal que se desee conservar en el receptor. Si el ancho de banda del receptor es elevado, permite la recuperación de un mayor número de armónicos, lo que facilita el procesamiento posterior; sin embargo, el ruido introducido aumenta, redundando en un incremento de la probabilidad de error o en una superior necesidad de potencia de señal para la misma tasa de error. Un posible criterio seleccionador de compromiso, que será el adoptado en este ejercicio, consiste en exigir un ancho de banda igual a cuatro veces el régimen binario, es decir,  $B = 4 R_b$ .

A continuación se hallarán los resultados para las distintas tasas de bit obtenidas en el apartado a).

Así, para la fibra número 1 y la primera fuente, se tenía que  $R_b = 23,65$  Mb/s. Con ello, la potencia promedio necesaria en un bit «1», suponiendo el receptor ideal, será:

$$P_1 \text{ (dBm)} = 10 \log \left( \frac{7^2 \cdot 2 \cdot 6,63 \cdot 10^{34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1550 \cdot 10^9} \right) + 10 \log (4 \cdot 23,65 \cdot 10^6) + 30,$$

$$P_1 = -59,2 \text{ dBm}$$

En cuanto a la potencia que debe acoplar la fuente a la fibra, ésta resulta igual a:

$$P_{\text{acoplada}} = 0,3 \text{ dB/km} \cdot 100 \text{ km} + (-59,2 \text{ dBm}) = -29,2 \text{ dBm} (1,2 \mu\text{W})$$

Los restantes valores se hallan de la misma forma. El conjunto de resultados se presenta en la Tabla 1.3.

**Tabla 1.3.** Regímenes binarios y potencias necesarias para las diversas combinaciones fibra-fuente analizadas

	Fibra 1		Fibra 2	
	Tasa binaria	P acoplada	Tasa binaria	P acoplada
Fuente $\sigma_\lambda = 5$ nm	23,65 Mbits/s	-29,2 dBm	20,77 Mbits/s	-37,8 dBm
Fuente coherente sin <i>chirp</i>	4,31 Gbits/s	-6,6 dBm	4,04 Gbits/s	-14,9 dBm
Fuente coherente $C = -2$	2,09 Gbits/s	-9,8 dBm	1,98 Gbits/s	-18,0 dBm
Fuente coherente $C = 2$	8,87 Gbits/s	-3,5 dBm	8,31 Gbits/s	-11,8 dBm

c) Una vez efectuados los cálculos solicitados, procede analizarlos para, posteriormente, extraer unas conclusiones que conduzcan a la elección del diseño más favorable.

Con respecto al régimen binario, cabe señalar, en primer lugar, que su valor máximo depende de la anchura final que adquiera el pulso después de su propagación a través de la fibra. La regla que relaciona uno y otra supone un compromiso entre el error tolerado (o la potencia necesaria) y la velocidad de operación alcanzable: si se admite un mayor solapamiento entre pulsos, crece la probabilidad de error, pero también la tasa binaria.

En los resultados obtenidos se observa que, para una misma fuente, el régimen binario alcanzable es semejante en ambas fibras, si bien ligeramente superior para la primera. Una mayor variabilidad se produce al comparar los resultados correspondientes a fuentes distintas. Así, el paso de utilizar una fuente de gran anchura espectral a emplear una fuente coherente supone un salto cuantitativo importante. Concretamente, el régimen binario se multiplica alrededor de 100 veces.

Cuando se considera un mismo diodo láser de reducida anchura espectral, la forma en que éste sea modulado se convierte en determinante, pues de ella depende la existencia de *chirp*. La modulación por corriente provoca un *chirp* negativo que, combinado con la dispersión de signo también negativo de las fibras monomodo convencionales, da lugar a un mayor ensanchamiento de los pulsos que en el caso sin *chirp* y, por consiguiente, a una reducción del régimen binario. En la situación estudiada, con un factor de *chirp* igual a  $-2$ , la tasa binaria se reduce a cerca de la mitad. No resulta infrecuente, sin embargo, encontrar diodos láser con factores de *chirp* del orden de  $-6$ , para los cuales el descenso de la velocidad

de modulación todavía resultaría más severo. En último término, el factor de *chirp* dependerá del material y de la configuración física concreta de cada láser.

Otro factor que influye en el ensanchamiento es la anchura original del pulso. Se ha comprobado que, fijada la longitud de la fibra, existe un valor de anchura inicial óptimo, en el sentido de que produce a la salida los pulsos más estrechos posibles.

La modulación mediante un dispositivo externo permite que el láser sea alimentado mediante una corriente continua, evitándose de ese modo el *chirp* negativo asociado a la conmutación de la corriente.

Por otra parte, un *chirp* de signo contrario a la dispersión puede provocar una compresión del pulso. Así, ciertos fenómenos no lineales que tienen lugar en las fibras cuando se opera con niveles de potencia elevados ocasionan este tipo de *chirp*. El resultado de todo ello es que el régimen binario permitido asciende en relación a la situación sin *chirp*. Por ejemplo, en el caso estudiado el régimen binario se duplica.

Ahora bien, para pulsos gaussianos la compresión se produce tan sólo en el primer tramo del trayecto, tras el cual este comportamiento se invierte. Sin embargo, eligiendo adecuadamente la forma del pulso, el efecto compresor del *chirp* puede contrarrestar exactamente el ensanchamiento provocado por la dispersión. De esa manera, el pulso se propaga —al menos idealmente— sin cambios en su forma, o bien con cambios pero de carácter periódico. Un pulso de esta naturaleza recibe el nombre de *solitón*.

En cuanto a la potencia necesaria en el receptor (o sensibilidad), ésta crece proporcionalmente al régimen binario. La potencia que debe acoplarse a la fibra se calcula sumando a la sensibilidad las pérdidas en el enlace. Puesto que la primera fibra presenta unas pérdidas totales superiores en 8 dB a las pérdidas de la segunda, la potencia que se precisa introducir en la primera fibra se halla en todas las combinaciones consideradas 8 dB por encima.

En cualquier caso, los valores de potencia exigidos son siempre moderados o bajos —todos ellos se encuentran por debajo de 0 dBm (1 mW)—. Teniendo en cuenta los niveles de potencia que, por lo general, un diodo láser es capaz de acoplar a una fibra óptica, la limitación en el diseño del enlace viene impuesta por la dispersión, como, por otra parte, era previsible operando a la longitud de onda de 1550 nm.

Ahora bien, los cálculos han sido realizados bajo la suposición de receptor ideal, es decir, contabilizando sólo el ruido intrínseco a la propia radiación (ruido *shot*), y no el añadido por la circuitería (ampli-

ficador, resistencias, etc.). Los niveles de potencia requeridos si se emplease un receptor real serían, por supuesto, mayores. Suponiendo que la potencia acoplada a la fibra aumentara notablemente, entonces comenzarían a hacerse patentes los efectos de carácter no lineal. Las repercusiones concretas de estos últimos dependen de diversos factores (forma del pulso, longitud del tramo, atenuación de la fibra, dispersión, número de canales, etc.), por lo que su estudio presenta cierta complejidad. No obstante, en el Capítulo 6 se abordarán algunos de estos aspectos (Ejercicio 6.6).

Como conclusión final, puede señalarse que el régimen binario más elevado se lograría combinando la fibra número 1 con la fuente coherente y pulsos con *chirp* positivo. Si no se dispusiese de tal alternativa, se optaría por un diodo láser modulado externamente. Por último, la fibra 2 ofrece resultados semejantes, con la ventaja de precisar potencias inferiores.