

LA FORMACIÓN DE PROFESORES EN COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Carlos Rondero Guerrero (coordinador)
Arturo Criollo Pérez, Anna Tarasenko,
María de Lourdes Pérez Ruiz,
Juan Alberto Acosta Hernández,
Oleksandr Karelin



La edición de este libro fue financiada por el proyecto
FOMIX-HIDALGO-COCYTEH No. 98218.

Primera edición: 2013

- © Carlos Rondero Guerrero (coordinador), Arturo Criollo Pérez,
Anna Tarasenko, María de Lourdes Pérez Ruiz,
Juan Alberto Acosta Hernández, Oleksandr Karelin
- © Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
- © Ediciones Díaz de Santos

Reservados todos los derechos.

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro,
ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna
forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico,
por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso
previo y por escrito de los titulares del Copyright.

Ediciones D. D. S. México
Elisa 161, Col. Nativitas, C. P. 03500
Delegación Benito Juárez, México, D. F.
jnicasio@diazdesantosexico.com
<http://www.diazdesantosexico.com.mx/>

Ediciones Díaz de Santos
C/ Albasanz 2, 28037, Madrid, España
ediciones@diazdesantos.es
<http://www.diazdesantos.es/>

ISBN: 978-84-9969-089-6

Corrección ortográfica y de estilo: Adriana Guerrero Tinoco.
Diseño de portada e interiores: Aarón González Cabrera.

Fecha de edición: febrero de 2013
Impreso y hecho en México

Índice

Introducción	9
Algunos elementos conceptuales sobre la formación de profesores	13
CARLOS RONDERO GUERRERO	
Algunas formas de promediación	53
CARLOS RONDERO GUERRERO	
Algunos modelos didácticos	83
CARLOS RONDERO GUERRERO	
Las familias de curvas como un saber de articulación conceptual	113
ARTURO CRIOLLO PÉREZ, CARLOS RONDERO GUERRERO	
Logaritmo y exponencial: de operaciones básicas a funciones inversas..	163
MARÍA DE LOURDES PÉREZ RUIZ, CARLOS RONDERO GUERRERO, ANNA TARASENKO	
La linealidad a través de la proporción y la recta	193
JUAN ALBERTO ACOSTA HERNÁNDEZ, OLEKSANDR KARELIN	

Introducción

Como parte del desarrollo del proyecto de investigación No. 98218 “Análisis de las competencias matemáticas para su incorporación a la formación de profesores de secundaria y bachillerato”, financiado por Fomix-Cocytex-Hidalgo, se tiene como uno de los productos el presente libro.

El proyecto versó sobre el tema de las *competencias matemáticas*, aunque desde sus orígenes se conceptualizó la necesidad de incorporar algunos otros elementos teóricos que pudiesen ser incidentes en la formación de profesores de matemáticas, de manera que en el transcurrir de los dos años en los que se llevó a cabo, apareció la necesidad de involucrar diferentes tipos de pensamiento matemático, como son los pensamientos numérico, algebraico, variacional y promedial, entre otros, pero además, enmarcando todo lo anterior dentro de la articulación de los saberes matemáticos, precisamente con la intención de mostrarle al profesor opciones didácticas alternativas que pudiesen tener incidencia en los aprendizajes de los estudiantes.

De manera tal que el proyecto de investigación posibilitó el tener mejor ubicados teórica y metodológicamente diferentes aspectos didácticos, cognitivos y epistemológicos, sobresalientes todos ellos en la formación de profesores de secundaria y bachillerato. Fueron precisamente los profesores de estos dos niveles educativos los que nos dieron pautas, en los diferentes cursos impartidos por el grupo de trabajo en los estados participantes: Hidalgo, Jalisco, Guanajuato, Tlaxcala y Guerrero, sobre sus necesidades y requerimientos en temas diversos de su formación.

En tal caso, en los cursos y en el desarrollo de dos eventos anuales correspondientes al *Coloquio de Matemática Educativa para Profesores*, se insistió, por parte de los instructores, en la ampliación de temas de matemáticas, pero además, en lo que corresponde a la formación sobre aspectos sobresaliente de una didáctica específica, es decir, la que es proveída por la Matemática Educativa. Sin dudar, ésta es una demanda muy generalizada por parte de los profesores de matemáticas de secundaria y bachillerato, que en todo caso los investigadores en esta disciplina y los funcionarios educativos de los ámbitos estatales y federal, estamos obligados a responder.

Una vez identificados tales requerimientos y necesidades por parte de los profesores de matemáticas, se fueron escribiendo materiales didácticos sobre algunos temas

caracterizados como relevantes, pero además considerando en el diseño de éstos parte de los elementos conceptuales que son producto del mismo proyecto de investigación, enmarcándolos en la medida de lo posible, en un contexto histórico.

Las temáticas abordadas en los materiales didácticos que aparecen capitulados en el presente volumen son:

Elementos conceptuales sobre la formación de profesores. Se presentan algunos elementos teóricos sobre la formación de profesores de matemáticas con la finalidad principal de hacer reflexionar a los lectores acerca de la relevancia de éstos en la práctica educativa, enfatizando que, en la medida en que un profesor entienda, asimile y se dé cuenta de la importancia de tales elementos, irá adquiriendo una formación más amplia y completa que pueda modificar sustancialmente su práctica, pero además, siempre con la finalidad de propiciar la instalación de los saberes matemáticos en los estudiantes.

Algunas formas de promediación. Se hace la presentación de algunos de los promedios más relevantes para la didáctica, como son la media aritmética, la media geométrica y la media armónica. Asimismo, se muestran diferentes formas en que estos tipos de promedios están articulados conceptualmente, pero además en procesos de cálculo numérico de gran relevancia y que inclusive han sido empleados desde la antigüedad por culturas ancestrales, como la babilonia y la griega. De tal manera que aparecen aspectos epistemológicos, así como otros de tipo histórico sobre la noción de promediación.

Las familias de curvas como un saber de articulación conceptual. Se muestra la relevancia de este tema desde varias perspectivas. La aparición de los parámetros involucrados en la familia de rectas o de curvas, bien sea que tomen valores discretos o valores continuos, todo lo cual se ve reflejado en su representación gráfica. Aparecen algunos temas articulados conceptualmente como son los conjuntos discretos y continuos, el uso de desigualdades, descripción de regiones en el plano, aplicando y fomentando el uso de *software* de matemáticas, propiciando el tránsito entre el pensamiento algebraico y gráfico con el pensamiento variacional.

Modelos didácticos lineales y cuadráticos. Aquí se hace una presentación de diferentes modelos lineales y cuadráticos que aparecen con cierta frecuencia en la didáctica de las matemáticas, pero que muchas veces no adquieren la relevancia suficiente, además de su articulación conceptual entre cada uno de ellos, bien sean de carácter lineal o cuadrático.

Exponencial y logarítmico: de operaciones básicas a funciones inversas. Siguiendo sobre todo un hilo conductor de carácter epistemológico, se hace una presentación de las operaciones básicas exponencial y logaritmo, hasta desembocar en las funciones inversas reconocidas, como son la función exponencial y la función

logaritmo. También se marca la relevancia de realizar un rescate epistemológico de los logaritmos para la didáctica, poniendo de relevancia el fenómeno de exclusión que se ha dado sobre ellos.

La linealidad a través de la proporción y la recta. Se muestran algunos aspectos acerca de los significados de la noción de linealidad, a través de objetos matemáticos escolares tales como: la proporción directa, la recta, los sistemas de ecuaciones lineales y algunos elementos introductorios al álgebra lineal. Se da cuenta de manera sucinta de cómo se han ido posicionando los significados de la linealidad, de su estatus didáctico en la escuela, y de cómo la razón de cambio constante tiene preponderancia en dichos significados. Además, se incorporan referentes históricos, resaltando eventualidades epistemológicas y socioculturales de antaño.

Éste es un libro pensado y diseñado para la formación de profesores, en donde aparecen de manera relevante, además de algunas competencias matemáticas, diferentes tipos de pensamiento y la articulación de saberes, elementos teóricos sobre la resignificación de éstos y la estructuración de un discurso matemático más coherente y significativo para los estudiantes.

Por supuesto, los autores del presente libro, que es el resultado del proyecto de investigación antes citado, estamos claros que sobre el tema de formación de profesores de matemáticas hay necesidad de emprender una gran cantidad de investigaciones, siempre con el objetivo de ir construyendo propuestas alternativas incidentes todas ellas en una mejora sustancial de la calidad educativa de nuestro país, en lo que corresponde a la educación matemática que reciben los estudiantes por parte de sus instituciones educativas. Entendemos que la tarea emprendida es verdaderamente amplia, ya que hay mucho por hacer e investigar sobre la formación de profesores, por ello es que intentaremos, en la medida de lo posible, continuar con nuestra labor investigativa. En el futuro cercano habrá diversas oportunidades de realizar otros proyectos de investigación, de donde puedan resultar propuestas incidentes en la formación de los profesores de matemáticas, que tan necesitados están de ellas.

Agradecemos al Consejo de Ciencia y Tecnología del Estado de Hidalgo la confianza depositada en nosotros a través de FOMIX-HGO para la realización de este proyecto.

Los autores

Algunos elementos conceptuales sobre la formación de profesores

CARLOS RONDERO GUERRERO

Introducción

La formación de profesores es un ámbito que ha sido descuidado por el sistema educativo mexicano. Los profesores de matemáticas demandan atención respecto a sus necesidades de formación tanto en la disciplina de la propia matemática como en lo que se refiere a su didáctica específica: la didáctica de la matemática. Por otra parte, los participantes de este proyecto de investigación, “Análisis de las competencias matemáticas para su incorporación a la formación de profesores de secundaria y bachillerato”, desde antes de darle forma, nos dimos cuenta de la gran necesidad de investigar sobre el tema de la formación de profesores de matemáticas en activo, es por ello que iniciamos la tarea de desarrollar este proyecto con la finalidad principal de dar evidencias del estado que guarda la formación y, por supuesto, las propuestas que se pueden ir construyendo con la intención de ir superando muchas de las carencias que se han venido identificando.

Es de entenderse que la buena preparación de un profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato tiene una incidencia directa en los aprendizajes de los estudiantes, de manera tal que se requiere del compromiso de cada uno de los profesores y de las diferentes instancias institucionales para fomentar de manera decidida y permanente la formación de profesores en todas las formas posibles. Cabe señalar que no es para nada recomendable que los programas que se impulsen sobre formación sean producto de la improvisación, o bien, de la opinión subjetiva de funcionarios educativos de diferentes rangos. Por el contrario, desde nuestra perspectiva, tales programas deben ser producto y deberán ser el resultado de proyectos de investigación en didáctica de la matemática, precisamente en lo que corresponde a la formación de profesores.

En este contexto, el proyecto de investigación del cual damos cuenta, ha analizado la formación requerida para que se propicie un adecuado tránsito en los cursos de matemáticas de secundaria y bachillerato. A través de encuestas a los profesores, tenemos evidencias de que demandan una preparación más acorde con las necesidades educativas actuales, en particular al tema referido de las competencias matemáticas. Pero además, en los cursos que se han impartido a más de 150 profesores en los estados participantes en la Red del proyecto: Hidalgo, Jalisco, Guanajuato, Guerrero y Tlaxcala, los profesores han estado muy receptivos para analizar e incorporar a su formación las propuestas que les hemos llevado, abarcando aspectos referidos a los contenidos matemáticos, así como también los de carácter didáctico. En realidad, lo que se busca es hacer articulación amplia entre los contenidos matemáticos y sus correspondientes aspectos didácticos.

En lo que se refiere a la investigación realizada respecto a la transición de los saberes matemáticos de secundaria a bachillerato, es posible mencionar que ha sido un aspecto sumamente descuidado en la formación de los profesores de ambos niveles educativos, pero también en el diseño de los programas de estudio, en otras palabras, el diseño curricular debería tomar en cuenta realzar tal transición. En todo caso, aquí damos cuenta de cómo es posible propiciarla en términos de los ejes de articulación de los saberes matemáticos. Por su parte, los profesores de matemáticas deberán formarse en la necesidad de conocer tales ejes para, a la vez, mostrárselos a los estudiantes y propiciar de ese modo aprendizajes más significativos, coherentes, consistentes y creativos.

Sobre aspectos teóricos de las competencias matemáticas

Las competencias educativas y en particular las competencias matemáticas, han sido promovidas a nivel internacional por la OCDE, a través de PISA, con la sugerencia de que sean consideradas en los programas educativos de las instituciones de educación de los países que la conforman.

En lo que corresponde a la llamada alfabetización o competencia matemática, PISA la define y posteriormente enumera las competencias matemáticas y las caracteriza de forma breve, naturalmente, no profundiza acerca de la relación que guardan entre sí, ni sobre las formas en que se puede llevar a cabo su puesta en la escena didáctica.

Como lo señala Rico (2006):

Para el estudio PISA/OCDE alfabetización o competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo,

hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano. PISA define la alfabetización o competencia matemática de los escolares reiteradamente como *“la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”*.

El mismo autor aclara lo dicho por PISA:

El término “el mundo” significa la posición natural, cultural y social en la que viven los individuos. “Usar e implicarse con las matemáticas” significa no sólo utilizar las matemáticas y resolver problemas matemáticos sino también comunicar, relacionarse con, valorar e incluso, apreciar y disfrutar con las matemáticas. La frase “su vida individual” se refiere a la vida privada, la vida profesional, la vida social con compañeros y familiares, así como a la vida como ciudadanos de una comunidad.

Un elemento importante por considerar en el estudio de la evaluación PISA 2003 se centra en la manera en que los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana, y no sólo —ni principalmente— en conocer cuáles contenidos del currículo han aprendido. Hay que reconocer que en el medio educativo mexicano este aspecto ha sido muy descuidado, incluido el hecho relevante de que muchos profesores lo desconocen, o bien, no saben cómo relacionar los aprendizajes matemáticos escolares con aquellos que les demanda la vida cotidiana; todo esto conlleva, evidentemente, una consideración generalizada en los estudiantes de que la matemática sólo existe en situación escolar en el aula y de que nada tiene que ver con lo que ocurre fuera de ella, en la casa, en la calle, en el diario acontecer.

Por otra parte, PISA considera como *competencia* el conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar con eficacia cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones. Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante es competente, ya que está matemáticamente alfabetizado o letrado. Atreverse a pensar con ideas matemáticas es la descripción de un ciudadano matemáticamente competente. En el uso de las herramientas matemáticas en contextos cotidianos se manifiesta la competencia matemática de los escolares. Alfabetización o competencia matemática general es un constructo que sirve para caracterizar la actuación global del sujeto dentro del modelo funcional postulado para las matemáticas escolares. El dominio de evaluación es la competencia o alfabetización matemática del estudiante, entendida con este significado general.

Es posible señalar que la actividad matemática en general se puede separar en el hacer matemáticas de manera horizontal y vertical. En la primera se incluyen algunas actividades tales como: *i)* identificar matemáticas relevantes en un contexto general, *ii)* plantear interrogantes, *iii)* enunciar problemas, *iv)* comprender la relación entre lenguaje natural, lenguaje simbólico y formal, *v)* encontrar regularidades, relaciones y patrones, *vi)* traducir el problema a un modelo matemático, y *vii)* utilizar herramientas y recursos adecuados.

En la *matematización vertical* se incluye:

- i) Usar diferentes representaciones.
- ii) Usar el lenguaje simbólico, formal, técnico y sus operaciones.
- iii) Refinar y ajustar los modelos matemáticos; combinar e integrar modelos.
- iv) Argumentar y generalizar.

Todo lo cual conlleva el buscar entender la extensión de los conceptos matemáticos, la reflexión sobre los argumentos matemáticos que justifican los resultados, para así comunicar el proceso de resolución y la crítica del modelo matemático de que se trate.

En referencia al rubro de la evaluación desde la visión de PISA, se tiene que: la evaluación PISA se propone, por tanto, establecer qué conocimientos, capacidades y habilidades pueden activar los alumnos a los que se les presentan problemas, es decir, medir hasta qué punto son matemáticamente competentes para resolver los problemas con éxito. El programa PISA/OCDE elige preparar un conjunto de tareas mediante las cuales evaluar el dominio general —Alfabetización o Competencia Matemática— teniendo en cuenta las diferentes fases del proceso de matematización. Cada tarea está vinculada a un contexto que puede tratarse como un problema matemático. La estrategia escogida para contemplar el proceso de matematización y atender al dominio que se evalúa tiene en cuenta tres variables o dimensiones.

Las tres dimensiones, que establecen la tarea y caracterizan aquello que se evalúa, son:

1. El *contenido matemático* que se debe utilizar para resolver el problema.
2. La *situación o contexto* en que se localiza el problema.
3. Las *competencias o procesos* que deben activarse para conectar el mundo real, donde surge el problema, con las matemáticas y resolver entonces la cuestión planteada.

De lo anterior se desprende un segundo significado del término *competencia*, el cual permite concretar el significado general anterior mediante diversos tipos de

capacidades de análisis, razonamiento y comunicación que se ponen en juego por los estudiantes cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.

Sobre los contenidos matemáticos

Las ideas, estructuras y conceptos matemáticos se han inventado y desarrollado a modo de herramientas para organizar los fenómenos de los mundos natural, social, científico y mental. Las matemáticas, como todas las disciplinas, tienen una tradición en el modo de organizar sus contenidos, que se ha discutido y construido a lo largo de la historia.

Tradicionalmente, el currículum escolar de las matemáticas se organiza mediante los contenidos temáticos: aritmética, geometría, álgebra y trigonometría en secundaria; y de álgebra, geometría analítica, cálculo y estadística en bachillerato. Si bien es cierto que estos contenidos incluyen áreas bien demarcadas del pensamiento matemático, en la estructuración de los correspondientes programas no hay una explícita preocupación por buscar una adecuada transición entre secundaria y bachillerato, pero además, tampoco hay un real interés en articular conceptualmente a los diferentes tópicos que se tratan en cada asignatura y entre las diferentes asignaturas de ambos niveles educativos.

No obstante, en el modelo funcional que hemos presentado, el interés se centra sobre los fenómenos del mundo real que llevan a un tratamiento matemático. Al modelo funcional no le interesa tanto una clasificación convencional de las herramientas, es decir, la organización de los contenidos, sino destacar las herramientas por su funcionalidad, teniendo en cuenta los usos en que se ven implicadas. Intentar establecer una clasificación de contenidos basada en los fenómenos que estudian presenta la dificultad de que éstos no están organizados de forma lógica. La estrategia asumida en la evaluación PISA consiste en definir el rango del contenido que puede evaluarse haciendo uso de una aproximación fenomenológica para describir las ideas, estructuras y conceptos matemáticos. Esto significa describir el contenido en relación con los fenómenos y los tipos de problemas de los que surgieron, es decir, organizar los contenidos atendiendo a grandes áreas temáticas.

El estudio PISA/OCDE hace una discusión de distintas posibilidades de organizar los contenidos desde una perspectiva fenomenológica y opta por su estructuración mediante cuatro grandes ideas.

Las ideas fundamentales, que satisfacen las condiciones de respetar el desarrollo histórico, cubrir el dominio y contribuir a la reflexión de las líneas principales del currículum escolar, son:

- i) Cantidad.
- ii) Espacio y forma.
- iii) Cambios y relaciones.
- iv) Incertidumbre.

Estos cuatro grandes campos de herramientas matemáticas son los escogidos por el proyecto PISA para evaluar la competencia matemática de los estudiantes al término de la educación obligatoria, que pasamos a definir.

Cantidad

Esta categoría subraya la necesidad de cuantificar para proceder a organizar el mundo. Incluye todos aquellos conceptos involucrados en la comprensión de tamaños relativos, reconocimiento de patrones numéricos, uso de números para representar cantidades y atributos cuantificables de los objetos del mundo real. La cantidad se refiere al reconocimiento, procesamiento y comprensión de números, que se presentan de varios modos.

Estas herramientas responden a las necesidades de cuantificar, medir, ordenar, simbolizar y operar como vías para entender y organizar el mundo.

El razonamiento cuantitativo incluye el sentido numérico, la representación de números de varios modos, la comprensión del significado de las operaciones, cálculo mental y estimación.

Espacio y forma

Las formas pueden considerarse como patrones. Los patrones geométricos sirven como modelos relativamente simples de muchos tipos de fenómenos. Casas, edificios, puentes, estrellas de mar, copos de nieve, planos de ciudades, cristales, espejos y sombras, son algunos ejemplos de formas del mundo real en la que se pueden localizar patrones. Los patrones geométricos sirven como modelos relativamente simples de muchos tipos de fenómenos y su estudio es posible y deseable a todos los niveles.

El estudio de las formas y construcciones requiere buscar similitudes y diferencias cuando se analizan los componentes de las formas y se reconocen según distintas representaciones y diferentes dimensiones.

El estudio de las formas está relacionado con el concepto de espacio cercano, lo cual requiere de la comprensión de las propiedades de los objetos y de sus posiciones

relativas. También significa entender las relaciones entre las formas y las imágenes o representaciones visuales. Los autores del estudio PISA/OCDE subrayan que debemos ser conscientes de cómo vemos las cosas y por qué las vemos así; los estudiantes tienen que aprender a desenvolverse a través del espacio, de las formas y de las construcciones. De igual forma, hay que entender cómo los objetos tridimensionales pueden representarse en dos dimensiones, cómo se interpretan las sombras, cuáles son sus perspectivas y sus funciones.

Cambios y relaciones

Cada fenómeno natural es una manifestación del cambio; el mundo en nuestro entorno muestra una multitud de relaciones temporales y permanentes entre fenómenos. Algunos ejemplos los proporcionan los organismos cuando crecen y sus cambios, los ciclos de las estaciones, el flujo y reflujo de las mareas, los ciclos de empleo y desempleo, los cambios climáticos y los cambios en los indicadores económicos. Algunos de los procesos de cambio pueden ser descritos y modelados directamente mediante funciones matemáticas: lineales, exponenciales, periódicas o logísticas, discretas o continuas.

Incertidumbre

Por incertidumbre se quieren entender dos tópicos relacionados: tratamiento de datos y azar. Estos fenómenos son la materia de estudio de la estadística y de la probabilidad, respectivamente. Los conceptos y actividades que son importantes en esta área son la recolección de datos, el análisis de datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia. En lo que corresponde a las competencias matemáticas mencionados por el proyecto PISA, son:

- a) Pensar y razonar.
- b) Argumentar.
- c) Comunicar.
- d) Modelar.
- e) Plantear y resolver problemas.
- f) Representar.
- g) Utilizar el lenguaje simbólico, formal, técnico y las operaciones.
- h) Usar herramientas y recursos.

Pensar y razonar

Esta competencia incluye: *a)* plantear cuestiones propias de las matemáticas (¿Cuántos hay? ¿Cómo encontrarlo? Si es así, ¿entonces?); *b)* conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a las cuestiones anteriores; *c)* distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas); y *d)* entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

Argumentar

Esta competencia incluye: *a)* conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático; *b)* seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; *c)* disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede —o no— ocurrir y por qué?); y *d)* crear y expresar argumentos matemáticos.

Una de las competencias matemáticas reconocida por PISA-2003, es la que se refiere a argumentar, entendida como poner en el escenario didáctico diferentes argumentos bien elaborados y articulados, como pueden ser los de carácter gráfico, numérico, geométrico y analítico, entre otros, y que le dan un sustento apropiado a los saberes matemáticos, incidentes todos ellos en la estructuración de significados para quien aprende, en este caso, el estudiante de matemáticas.

Para Duval (1999),

un argumento se acepta o se rechaza con respecto a dos criterios: su pertinencia y su fuerza. El examen de la pertinencia de un argumento se hace a los respectivos contenidos de la afirmación y del argumento que lo justifica. Un argumento que resista a objeciones y que tenga un valor epistémico positivo es un argumento fuerte. El valor epistémico de los argumentos juega un papel esencial en el desarrollo de un razonamiento.

Desde la perspectiva de este trabajo, se requiere involucrar a la formación de profesores las diferentes formas de Pensamiento Matemático, elemento conceptual que hemos identificado que aparece poco en la práctica educativa del profesor. Es por ello que resulta primordial la incorporación de algunas formas de pensamiento matemático a la competencia matemática de saber argumentar, para lo cual se necesita mostrar por medio de situaciones de aprendizaje la manera de hacer intervenir los diferentes argumentos, así como la relevancia de cada uno de ellos a la hora de propiciar los aprendizajes. Todo lo anterior tiene incidencia en la ampliación de un

discurso argumentativo del profesor de matemáticas, lo que actualmente es poco reconocido y valorado por los mismos profesores, en cuanto a su trascendencia formativa en el aprendizaje de las matemáticas. Como menciona Duval (1999), “la argumentación obedece a vínculos de pertinencia, entonces es más cercana a las prácticas discursivas espontáneas: su lógica depende más de las leyes de la coherencia que de las leyes lógicas propiamente dichas”.

Comunicar

Esta competencia incluye: *a)* expresarse uno mismo en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita; *b)* entender enunciados sobre estas materias de otras personas en forma oral y escrita.

Modelar

Esta competencia incluye: *a)* estructurar el campo o situación que va a modelarse; *b)* traducir la realidad a una estructura matemática; *c)* interpretar los modelos matemáticos en términos reales: trabajar con un modelo matemático; *d)* reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; *e)* comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones); y *f)* dirigir y controlar el proceso de modelización.

Plantear y resolver problemas

Esta competencia incluye: *a)* plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados); y *b)* resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.

Representar

Esta competencia incluye: *a)* decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones; y *b)* escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.